

Laboratorio CIDI

Dallo Spazio Vissuto allo Spazio Formalizzato

presso

Scuola primaria “Giovanni Cena”

6 aprile 2016

Francesca Conti Candori
fconticandori43@gmail.com

Valerio Scorsipa
valerio.scorsipa@alice.it

- ▶ Il ruolo del linguaggio e dei processi semiotici per insegnare e apprendere la matematica.

I punti focali

- ▶ Il ruolo del linguaggio e dei processi semiotici per insegnare e apprendere la matematica.
- ▶ I fattori “affettivi” nell’insegnamento-apprendimento della matematica.

I punti focali

- ▶ Il ruolo del linguaggio e dei processi semiotici per insegnare e apprendere la matematica.
- ▶ I fattori “affettivi” nell’insegnamento-apprendimento della matematica.
- ▶ L’uso delle nuove tecnologie per insegnare e apprendere la matematica.

Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

- ▶ ogni concetto matematico ha rinvii a “non-oggetti”, dal punto di vista di un realismo ingenuo; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta dato che, in matematica, non sono possibili rinvii ostensivi;

Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

- ▶ ogni concetto matematico ha rinvii a “non-oggetti”, dal punto di vista di un realismo ingenuo; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta dato che, in matematica, non sono possibili rinvii ostensivi;
- ▶ ogni concetto matematico è costretto a servirsi di **rappresentazioni**, dato che non vi sono “oggetti” da esibire in loro vece o a loro evocazione; dunque la formazione di un concetto (concettualizzazione) deve necessariamente passare attraverso registri rappresentativi che, per vari motivi, soprattutto se sono a carattere linguistico, non possono essere univoci: dunque, in matematica, non c'è accesso sensibile (vista, tatto, ...) diretto agli “oggetti” ma solo a loro rappresentazioni semiotiche in diversi registri linguistici.

Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

- ▶ ogni concetto matematico ha rinvii a “non-oggetti”, dal punto di vista di un realismo ingenuo; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta dato che, in matematica, non sono possibili rinvii ostensivi;
- ▶ ogni concetto matematico è costretto a servirsi di **rappresentazioni**, dato che non vi sono “oggetti” da esibire in loro vece o a loro evocazione; dunque la formazione di un concetto (concettualizzazione) deve necessariamente passare attraverso registri rappresentativi che, per vari motivi, soprattutto se sono a carattere linguistico, non possono essere univoci: dunque, in matematica, non c'è accesso sensibile (vista, tatto, ...) diretto agli “oggetti” ma solo a loro rappresentazioni semiotiche in diversi registri linguistici.

Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

- ▶ ogni concetto matematico ha rinvii a “non-oggetti”, dal punto di vista di un realismo ingenuo; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta dato che, in matematica, non sono possibili rinvii ostensivi;
- ▶ ogni concetto matematico è costretto a servirsi di **rappresentazioni**, dato che non vi sono “oggetti” da esibire in loro vece o a loro evocazione; dunque la formazione di un concetto (concettualizzazione) deve necessariamente passare attraverso registri rappresentativi che, per vari motivi, soprattutto se sono a carattere linguistico, non possono essere univoci: dunque, in matematica, non c'è accesso sensibile (vista, tatto, ...) diretto agli “oggetti” ma solo a loro rappresentazioni semiotiche in diversi registri linguistici.

Noetica e semiotica nell'apprendimento della matematica (Bruno D'Amore)
- 2004

Contro la “Matematica per deficienti” (B. de Finetti)

- ▶ [...] bisogna che nei primi gradi delle scuole (scuole elementari e scuole medie) l’insegnamento della matematica sia **esclusivamente intuitivo**. [...] bisogna suscitare la “curiosità” degli allievi.

Contro la “Matematica per deficienti” (B. de Finetti)

- ▶ [...] bisogna che nei primi gradi delle scuole (scuole elementari e scuole medie) l’insegnamento della matematica sia **esclusivamente intuitivo**. [...] bisogna suscitare la “curiosità” degli allievi.
- ▶ Specialmente la **geometria** si dovrà considerarla, in questa fase, **come una vera e propria scienza fisica**[...]

Contro la “Matematica per deficienti” (B. de Finetti)

- ▶ [...] bisogna che nei primi gradi delle scuole (scuole elementari e scuole medie) l'insegnamento della matematica sia **esclusivamente intuitivo**. [...] bisogna suscitare la “curiosità” degli allievi.
- ▶ Specialmente la **geometria** si dovrà considerarla, in questa fase, **come una vera e propria scienza fisica**[...]
- ▶ Nessuna definizione nei primordi dell'insegnamento: **suscitare l'idea coll'immagine concreta dell'oggetto e andare avanti**.

Contro la “Matematica per deficienti” (B. de Finetti)

- ▶ [...] bisogna che nei primi gradi delle scuole (scuole elementari e scuole medie) l’insegnamento della matematica sia **esclusivamente intuitivo**. [...] bisogna suscitare la “curiosità” degli allievi.
- ▶ Specialmente la **geometria** si dovrà considerarla, in questa fase, **come una vera e propria scienza fisica**[...]
- ▶ Nessuna definizione nei primordi dell’insegnamento: **suscitare l’idea coll’immagine concreta dell’oggetto e andare avanti**.
- ▶ Lo so che queste sono norme pedagogiche che hanno tanto di barba; ma io mi domando quand’è che le abbiamo seguite sul serio nell’insegnamento della matematica. E anche nelle scuole superiori andare cauti, cauti, cauti colle disquisizioni sui principi. [...]

Il 'fusionismo' tra G. del piano e G. dello spazio

Il 'fusionismo' tra G. del piano e G. dello spazio

- ▶ Le prime esperienze geometriche dei bambini in età prescolare riguardano figure tridimensionali quali dadi, scatole, palline, palloni, barattoli.

Il 'fusionismo' tra G. del piano e G. dello spazio

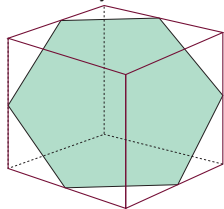
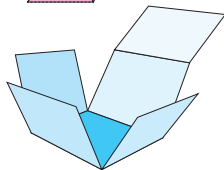
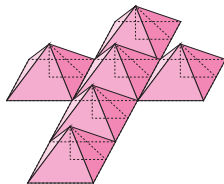
- ▶ Le prime esperienze geometriche dei bambini in età prescolare riguardano figure tridimensionali quali dadi, scatole, palline, palloni, barattoli.
- ▶ Solo in un secondo momento la loro attenzione si rivolge alle forme delle superfici che delimitano tali solidi (quadrati, rettangoli, cerchi).

Il ‘fusionismo’ tra G. del piano e G. dello spazio

- ▶ Le prime esperienze geometriche dei bambini in età prescolare riguardano figure tridimensionali quali dadi, scatole, palline, palloni, barattoli.
- ▶ Solo in un secondo momento la loro attenzione si rivolge alle forme delle superfici che delimitano tali solidi (quadrati, rettangoli, cerchi).
- ▶ Già agli inizi del Novecento, e non solo in Italia, autorevoli matematici (tra cui in prima linea Felix Klein) elaborarono un programma, detto “fusionista”, col proposito di insegnare in parallelo la geometria del piano e quella dello spazio.
(*V. Villani*)

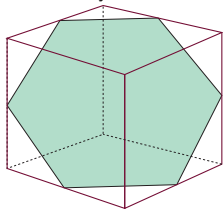
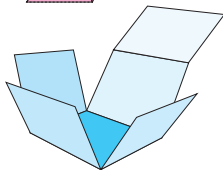
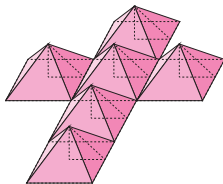
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:



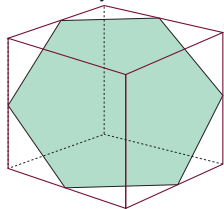
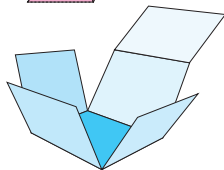
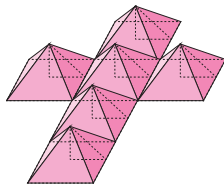
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:
 - ▶ solido,



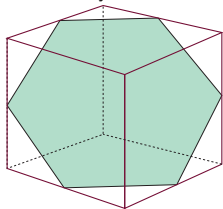
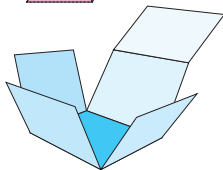
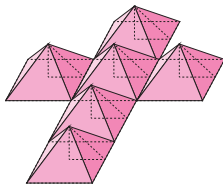
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:
 - ▶ solido,
 - ▶ sezionabile



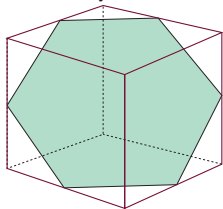
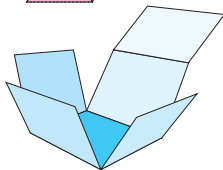
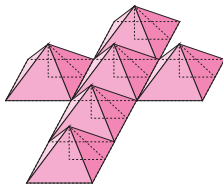
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:
 - ▶ solido,
 - ▶ sezionabile
- ▶ cubo vuoto:



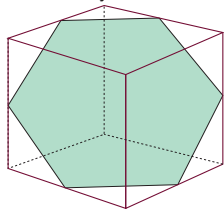
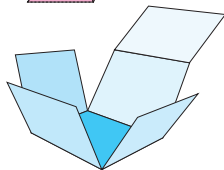
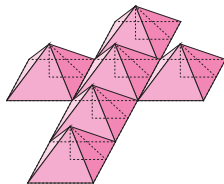
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:
 - ▶ solido,
 - ▶ sezionabile
- ▶ cubo vuoto:
 - ▶ superficie,



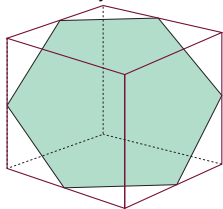
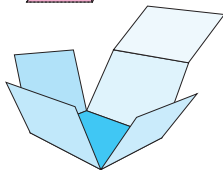
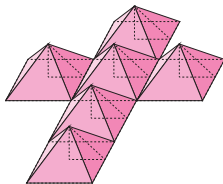
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:
 - ▶ solido,
 - ▶ sezionabile
- ▶ cubo vuoto:
 - ▶ superficie,
 - ▶ sviluppo nel piano,



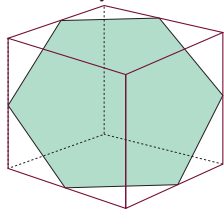
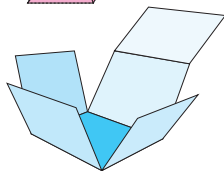
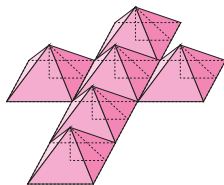
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:
 - ▶ solido,
 - ▶ sezionabile
- ▶ cubo vuoto:
 - ▶ superficie,
 - ▶ sviluppo nel piano,
 - ▶ recipiente



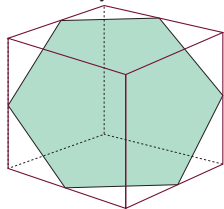
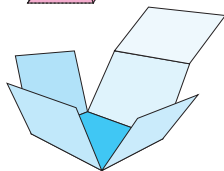
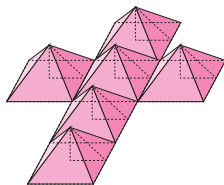
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:
 - ▶ solido,
 - ▶ sezionabile
- ▶ cubo vuoto:
 - ▶ superficie,
 - ▶ sviluppo nel piano,
 - ▶ recipiente
 - ▶ scatola



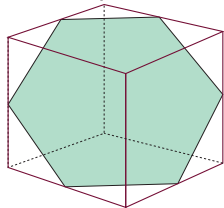
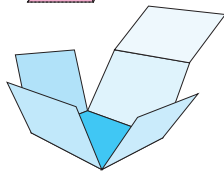
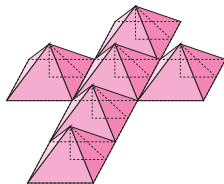
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:
 - ▶ solido,
 - ▶ sezionabile
- ▶ cubo vuoto:
 - ▶ superficie,
 - ▶ sviluppo nel piano,
 - ▶ recipiente
 - ▶ scatola
- ▶ cubo scheletrato:



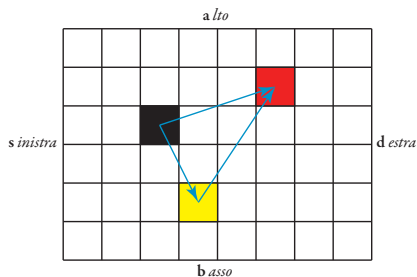
Cubo: personaggio principale

- ▶ cubo pieno:
 - ▶ solido,
 - ▶ sezionabile
- ▶ cubo vuoto:
 - ▶ superficie,
 - ▶ sviluppo nel piano,
 - ▶ recipiente
 - ▶ scatola
- ▶ cubo scheletrato:
 - ▶ deformabile



Traslazioni e Numeri interi relativi

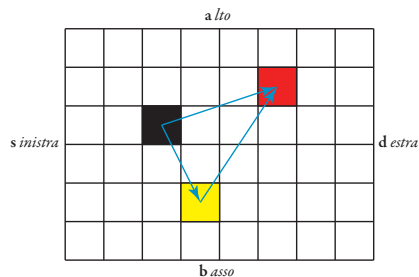
Possiamo rappresentare i passi in orizzontale e in verticale con una scrittura sintetica...?



Traslazioni e Numeri interi relativi

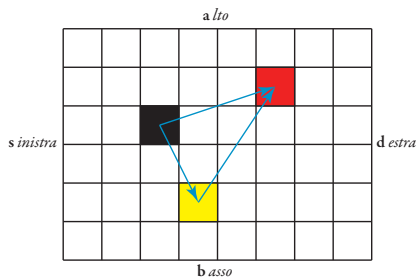
Possiamo rappresentare i passi in orizzontale e in verticale con una scrittura sintetica...?

► $N \longrightarrow G$ con $\begin{bmatrix} 1d \\ 2b \end{bmatrix}$



Traslazioni e Numeri interi relativi

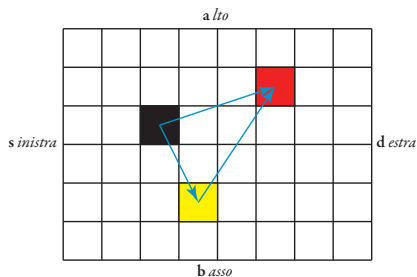
Possiamo rappresentare i passi in orizzontale e in verticale con una scrittura sintetica...?



- ▶ $N \longrightarrow G$ con $\begin{bmatrix} 1d \\ 2b \end{bmatrix}$
- ▶ $G \longrightarrow R$ con $\begin{bmatrix} 2d \\ 3a \end{bmatrix}$

Traslazioni e Numeri interi relativi

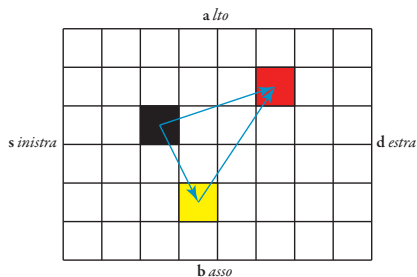
Possiamo rappresentare i passi in orizzontale e in verticale con una scrittura sintetica...?



- ▶ $N \longrightarrow G$ con $\begin{bmatrix} 1d \\ 2b \end{bmatrix}$
- ▶ $G \longrightarrow R$ con $\begin{bmatrix} 2d \\ 3a \end{bmatrix}$
- ▶ $N \longrightarrow R$ con $\begin{bmatrix} 3d \\ 1a \end{bmatrix}$

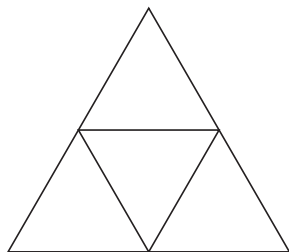
Traslazioni e Numeri interi relativi

Possiamo rappresentare i passi in orizzontale e in verticale con una scrittura sintetica...?



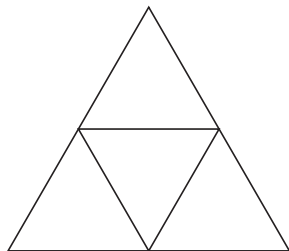
- ▶ $N \longrightarrow G$ con $\begin{bmatrix} 1d \\ 2b \end{bmatrix}$
- ▶ $G \longrightarrow R$ con $\begin{bmatrix} 2d \\ 3a \end{bmatrix}$
- ▶ $N \longrightarrow R$ con $\begin{bmatrix} 3d \\ 1a \end{bmatrix}$
- ▶ $\begin{bmatrix} 1d \\ 2b \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} 2d \\ 3a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3d \\ 1a \end{bmatrix}$

Costruiamo il Tetraedro



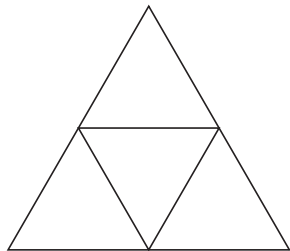
- ▶ Disegniamo su un cartoncino un triangolo equilatero di lato a piacere.

Costruiamo il Tetraedro



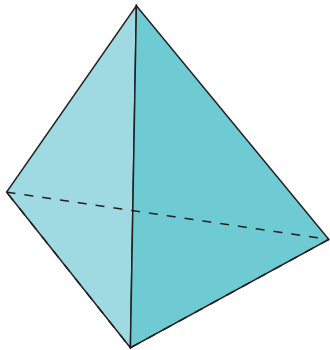
- ▶ Disegniamo su un cartoncino un triangolo equilatero di lato a piacere.
- ▶ Congiungiamo fra loro i punti medi dei lati.

Costruiamo il Tetraedro



- ▶ Disegniamo su un cartoncino un triangolo equilatero di lato a piacere.
- ▶ Congiungiamo fra loro i punti medi dei lati.
- ▶ Ritagliamo il triangolo grande e pieghiamo lungo i lati del triangolo piccolo.

Il Tetraedro



Dove eravamo rimasti?

Masse in grammi, Volume Cubo 72 cm³

Cubo	Lordo	Tara	Netto	Peso Spec.
Vuoto	38	38	0,0	0,00
con Limatura	216	38	178,0	2,47
con Sabbia	154	38	116,0	1,61
con Plastilina	137	38	99,0	1,37
con Acqua	110	38	72,0	1,00

Prime equazioni?

Avanti e Indietro seguendo la freccia



$$\textit{Netto} \xrightarrow{+\textit{Tara}} \textit{Lordo} \quad (\textit{Netto} + \textit{Tara} = \textit{Lordo})$$

Prime equazioni?

Avanti e Indietro seguendo la freccia



$$Netto \xrightarrow{+Tara} Lordo \quad (Netto + Tara = Lordo)$$



$$Netto \xleftarrow{-Tara} Lordo \quad (Lordo - Tara = Netto)$$

Prime equazioni?

Avanti e Indietro seguendo la freccia



$$Netto \xrightarrow{+Tara} Lordo \quad (Netto + Tara = Lordo)$$



$$Netto \xleftarrow{-Tara} Lordo \quad (Lordo - Tara = Netto)$$



$$Tara \xrightarrow{+Netto} Lordo \quad (Tara + Netto = Lordo)$$

Prime equazioni?

Avanti e Indietro seguendo la freccia



$$Netto \xrightarrow{+Tara} Lordo \quad (Netto + Tara = Lordo)$$



$$Netto \xleftarrow{-Tara} Lordo \quad (Lordo - Tara = Netto)$$



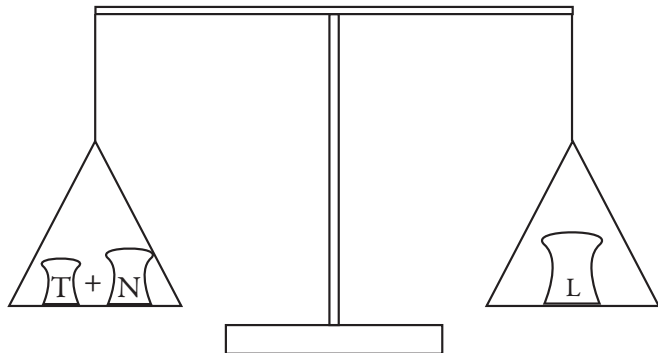
$$Tara \xrightarrow{+Netto} Lordo \quad (Tara + Netto = Lordo)$$



$$Tara \xleftarrow{-Netto} Lordo \quad (Lordo - Netto = Tara)$$

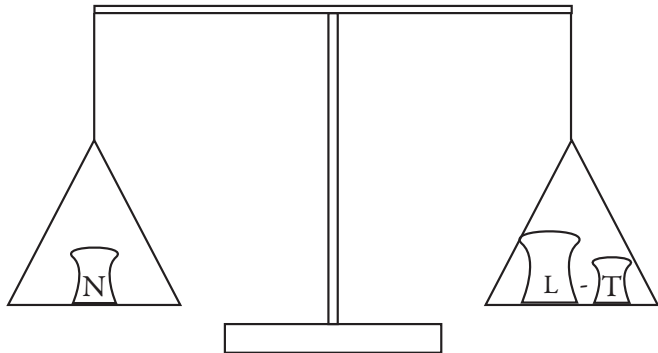
Prime equazioni?

Con la bilancia



Prime equazioni?

Con la bilancia



Verso la formula di Eulero . . .

Contando vertici, spigoli e facce di alcuni poliedri si scopre una relazione costante:

$$F+V-S=2$$

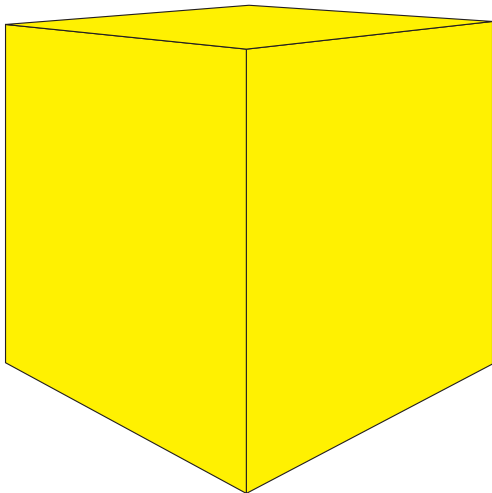
Poliedro	Facce	Vertici	Spigoli
Cubo	6	8	12
Tetraedro	4	4	6
Ottaedro	8	6	12
Piram. a base quadrata	5	5	8
Prisma a base esagonale	8	12	18

Uguali capacità

Il cubo unità

Uguali capacità

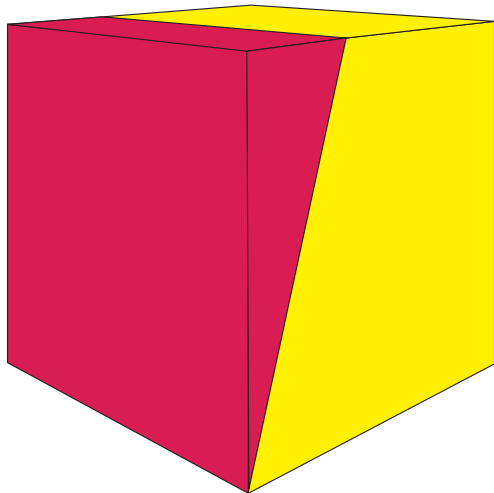
Il cubo unita



Cubo in trasformazione

Uguali capacità

Cubo in trasformazione

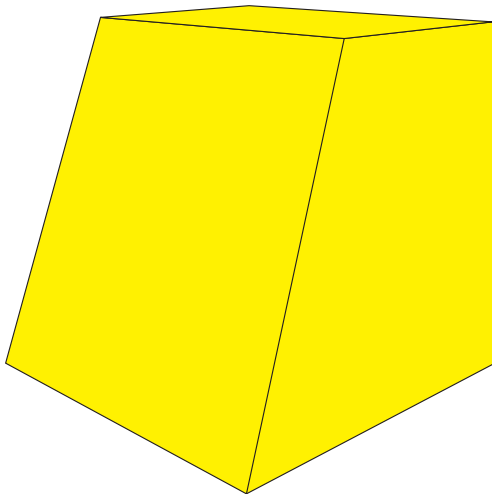


Uguali capacità

Cubo amputato

Uguale capacità

Cubo amputato

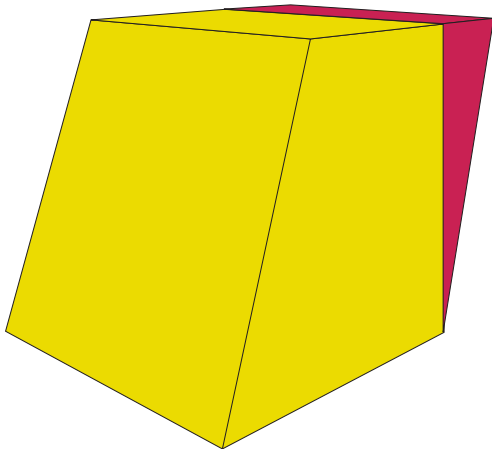


Uguali capacità

Il cubo si trasforma

Uguali capacità

Il cubo si trasforma

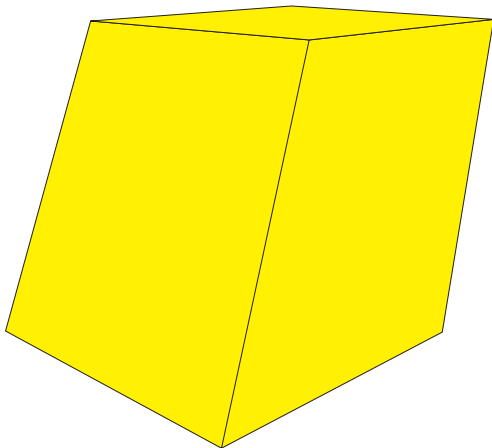


Uguali capacità

in un parallelepipedo obliquo

Uguali capacità

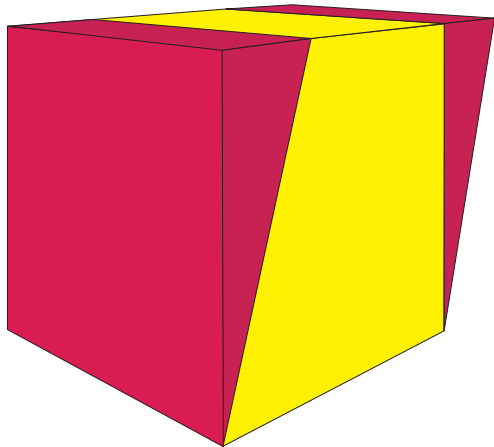
in un parallelepipedo obliquo



Solidi equivalenti

Uguali capacità

Solidi equivalenti

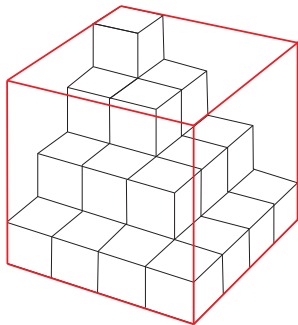


Le facce di uno Ziqurrat

Un solido, fatto di cubi tutti uguali,
appare come in figura.

Le facce di uno Ziqurrat

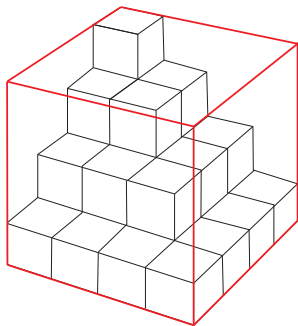
Un solido, fatto di cubi tutti uguali, appare come in figura.



Quanti cubi lo formano?

Le facce di uno Ziqurrat

Un solido, fatto di cubi tutti uguali, appare come in figura.



Quanti cubi lo formano?

Quanti cubi servono per riempire il cubo che lo contiene?

Verso il 6 maggio 2016

- ▶ scegliere il tema da esporre

Verso il 6 maggio 2016

- ▶ scegliere il tema da esporre
- ▶ stabilire la presentazione (durata: 15 minuti)

Verso il 6 maggio 2016

- ▶ scegliere il tema da esporre
- ▶ stabilire la presentazione (durata: 15 minuti)
 - ▶ direttamente con attrezzature

Verso il 6 maggio 2016

- ▶ scegliere il tema da esporre
- ▶ stabilire la presentazione (durata: 15 minuti)
 - ▶ direttamente con attrezzature
 - ▶ con un software dedicato come Power Point

Verso il 6 maggio 2016

- ▶ scegliere il tema da esporre
- ▶ stabilire la presentazione (durata: 15 minuti)
 - ▶ direttamente con attrezzature
 - ▶ con un software dedicato come Power Point
- ▶ comunicare i nomi di chi riferirà

Verso il 6 maggio 2016

- ▶ scegliere il tema da esporre
- ▶ stabilire la presentazione (durata: 15 minuti)
 - ▶ direttamente con attrezzature
 - ▶ con un software dedicato come Power Point
- ▶ comunicare i nomi di chi riferirà
- ▶ verificare la ricevuta del versamento

Verso il 6 maggio 2016

- ▶ scegliere il tema da esporre
- ▶ stabilire la presentazione (durata: 15 minuti)
 - ▶ direttamente con attrezzature
 - ▶ con un software dedicato come Power Point
- ▶ comunicare i nomi di chi riferirà
- ▶ verificare la ricevuta del versamento
- ▶ predisporre attestati C.I.D.I.