Laboratorio CIDI

# Dallo Spazio Vissuto allo Spazio Formalizzato

presso

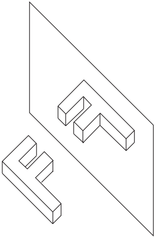
Scuola primaria “Giovanni Cena”

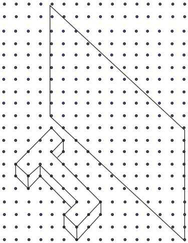
09 novembre 2015

Francesca Conti Candori
fconticandori43@gmail.com

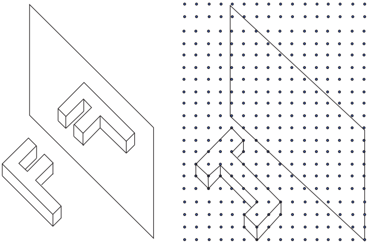
Valerio Scorsipa
valerio.scorsipa@alice.it

# I punti focali



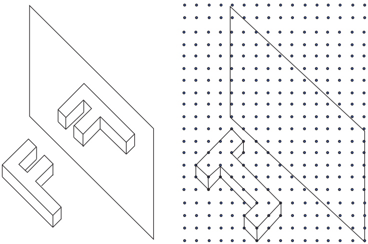


# I punti focali



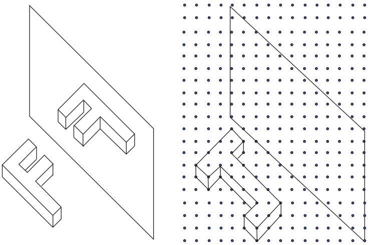
- Il ruolo del linguaggio e dei processi semiotici per insegnare e apprendere la matematica.

# I punti focali



- Il ruolo del linguaggio e dei processi semiotici per insegnare e apprendere la matematica.
- I fattori “affettivi” nell’insegnamento-apprendimento della matematica.

# I punti focali



- Il ruolo del linguaggio e dei processi semiotici per insegnare e apprendere la matematica.
- I fattori “affettivi” nell’insegnamento-apprendimento della matematica.
- L’uso delle nuove tecnologie per insegnare e apprendere la matematica.

cidi Perugia
centro iniziativa democratica insegnanti

# Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

# Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

- ogni concetto matematico ha rinvii a “non-oggetti”, dal punto di vista di un realismo ingenuo; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta dato che, in matematica, non sono possibili rinvii ostensivi;

# Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

- ogni concetto matematico ha rinvii a "non-oggetti", dal punto di vista di un realismo ingenuo; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta dato che, in matematica, non sono possibili rinvii ostensivi;
- ogni concetto matematico è costretto a servirsi di **rappresentazioni**, dato che non vi sono "oggetti" da esibire in loro vece o a loro evocazione; dunque la formazione di un concetto (concettualizzazione) deve necessariamente passare attraverso registri rappresentativi che, per vari motivi, soprattutto se sono a carattere linguistico, non possono essere univoci: dunque, in matematica, non c'è accesso sensibile (vista, tatto, ...) diretto agli "oggetti" ma solo a loro rappresentazioni semiotiche in diversi registri linguistici.

# Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

- ogni concetto matematico ha rinvii a “non-oggetti”, dal punto di vista di un realismo ingenuo; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta dato che, in matematica, non sono possibili rinvii ostensivi;
- ogni concetto matematico è costretto a servirsi di **rappresentazioni**, dato che non vi sono “oggetti” da esibire in loro vece o a loro evocazione; dunque la formazione di un concetto (concettualizzazione) deve necessariamente passare attraverso registri rappresentativi che, per vari motivi, soprattutto se sono a carattere linguistico, non possono essere univoci: dunque, in matematica, non c’è accesso sensibile (vista, tatto, ...) diretto agli “oggetti” ma solo a loro rappresentazioni semiotiche in diversi registri linguistici.

cidi Perugia centroiniziativademocraticainsegnanti

# Rappresentazioni semiotiche e concettualizzazione

I concetti matematici hanno, rispetto a quelli di altre discipline, alcune specificità:

- ogni concetto matematico ha rinvii a "non-oggetti", dal punto di vista di un realismo ingenuo; dunque la concettualizzazione non è e non può essere basata su significati che poggiano sulla realtà concreta dato che, in matematica, non sono possibili rinvii ostensivi;
- ogni concetto matematico è costretto a servirsi di **rappresentazioni**, dato che non vi sono "oggetti" da esibire in loro vece o a loro evocazione; dunque la formazione di un concetto (concettualizzazione) deve necessariamente passare attraverso registri rappresentativi che, per vari motivi, soprattutto se sono a carattere linguistico, non possono essere univoci: dunque, in matematica, non c'è accesso sensibile (vista, tatto, ...) diretto agli "oggetti" ma solo a loro rappresentazioni semiotiche in diversi registri linguistici.

*Noetica e semiotica nell'apprendimento della matematica (Bruno D'Amore) - 2004*

# Concetto matematico e sue rappresentazioni

Un esempio

Un esempio

- Se si chiede a un bambino piccolo che cos'è "il numero tre", egli mostra le tre dita alzate della mano destra; la domanda riguarda l'oggetto matematico "tre" ma ha come risposta una rappresentazione semiotica di quell'oggetto.

# Concetto matematico e sue rappresentazioni

Un esempio

- Se si chiede a un bambino piccolo che cos'è "il numero tre", egli mostra le tre dita alzate della mano destra; la domanda riguarda l'oggetto matematico "tre" ma ha come risposta una rappresentazione semiotica di quell'oggetto.
- Se si pone ad un bambino infine scuola primaria la stessa domanda, egli scriverà con la penna su un pezzo di carta la cifra 3; è cambiata la rappresentazione, ma il problema della differenza tra un oggetto e la sua rappresentazione permane.

# I fattori “affettivi”

- Non c’è materia scolastica in cui la paura dell’errore è così forte e radicata come in matematica.

# I fattori “affettivi”

- Non c’è materia scolastica in cui la paura dell’errore è così forte e radicata come in matematica.
- Questo primato per alcuni è conseguenza della natura stessa della disciplina, caratterizzata da una rigida sequenzialità.

# I fattori “affettivi”

- Non c’è materia scolastica in cui la paura dell’errore è così forte e radicata come in matematica.
- Questo primato per alcuni è conseguenza della natura stessa della disciplina, caratterizzata da una rigida sequenzialità.
- La paura di sbagliare nasce già nella scuola primaria come paura associata alla valutazione, e può diventare nel tempo paura di non capire, di imparare, . . . addirittura paura di aver paura.

# I fattori “affettivi”

- Non c’è materia scolastica in cui la paura dell’errore è così forte e radicata come in matematica.
- Questo primato per alcuni è conseguenza della natura stessa della disciplina, caratterizzata da una rigida sequenzialità.
- La paura di sbagliare nasce già nella scuola primaria come paura associata alla valutazione, e può diventare nel tempo paura di non capire, di imparare, . . . addirittura paura di aver paura.

# I fattori "affettivi"

- Non c'è materia scolastica in cui la paura dell'errore è così forte e radicata come in matematica.
- Questo primato per alcuni è conseguenza della natura stessa della disciplina, caratterizzata da una rigida sequenzialità.
- La paura di sbagliare nasce già nella scuola primaria come paura associata alla valutazione, e può diventare nel tempo paura di non capire, di imparare, ...addirittura paura di aver paura.

*L'errore in matematica: alcune riflessioni (Rosetta Zan) - 2010*

# Riflessione sulle nuove tecnologie

- [. . . ] un primo impoverimento si è verificato in passato, con la riduzione della GEO-metria del mondo reale (bi-e tri-dimensionale) a FOGLIO-metria (solo bi-dimensionale).

# Riflessione sulle nuove tecnologie

- [...] un primo impoverimento si è verificato in passato, con la riduzione della GEO-metria del mondo reale (bi-e tri-dimensionale) a FOGLIO-metria (solo bi-dimensionale).
- Oggi il rischio è che, con l'avvento dei calcolatori, la FOGLIO-metria degeneri in SCHERMO-metria.

# Riflessione sulle nuove tecnologie

- [. . . ] un primo impoverimento si è verificato in passato, con la riduzione della GEO-metria del mondo reale (bi-e tri-dimensionale) a FOGLIO-metria (solo bi-dimensionale).
- Oggi il rischio è che, con l'avvento dei calcolatori, la FOGLIO-metria degeneri in SCHERMO-metria.
- Ciò non deve assolutamente accadere.

cidi Perugia centro iniziativa democratica insegnanti

# Riflessione sulle nuove tecnologie

- [. . . ] un primo impoverimento si è verificato in passato, con la riduzione della GEO-metria del mondo reale (bi-e tri-dimensionale) a FOGLIO-metria (solo bi-dimensionale).
- Oggi il rischio è che, con l'avvento dei calcolatori, la FOGLIO-metria degeneri in SCHERMO-metria.
- Ciò non deve assolutamente accadere.

# Riflessione sulle nuove tecnologie

- [...] un primo impoverimento si è verificato in passato, con la riduzione della GEO-metria del mondo reale (bi-e tri-dimensionale) a FOGLIO-metria (solo bi-dimensionale).
- Oggi il rischio è che, con l'avvento dei calcolatori, la FOGLIO-metria degeneri in SCHERMO-metria.
- Ciò non deve assolutamente accadere.

*Geometria senza Software Geometrico (V. Villani) - 2003*

# Contro la “Matematica per deficienti” (B. de Finetti)

- [. . . ] bisogna che nei primi gradi delle scuole (scuole elementari e scuole medie) l’insegnamento della matematica sia **esclusivamente intuitivo**. [. . . ] bisogna suscitare la “curiosità” degli allievi.

# Contro la “Matematica per deficienti” (B. de Finetti)

- [...] bisogna che nei primi gradi delle scuole (scuole elementari e scuole medie) l’insegnamento della matematica sia **esclusivamente intuitivo**. [...] bisogna suscitare la “curiosità” degli allievi.
- Specialmente la **geometria** si dovrà considerarla, in questa fase, **come una vera e propria scienza fisica**[...]

# Contro la “Matematica per deficienti” (B. de Finetti)

- [...] bisogna che nei primi gradi delle scuole (scuole elementari e scuole medie) l’insegnamento della matematica sia **esclusivamente intuitivo**. [...] bisogna suscitare la “curiosità” degli allievi.
- Specialmente la **geometria** si dovrà considerarla, in questa fase, **come una vera e propria scienza fisica**[...]
- Nessuna definizione nei primordi dell’insegnamento: **suscitare l’idea coll’immagine concreta dell’oggetto e andare avanti**.

# Contro la “Matematica per deficienti” (B. de Finetti)

- [. . . ] bisogna che nei primi gradi delle scuole (scuole elementari e scuole medie) l’insegnamento della matematica sia **esclusivamente intuitivo**. [. . . ] bisogna suscitare la “curiosità” degli allievi.
- Specialmente la **geometria** si dovrà considerarla, in questa fase, **come una vera e propria scienza fisica**[. . . ]
- Nessuna definizione nei primordi dell’insegnamento: **suscitare l’idea coll’immagine concreta dell’oggetto e andare avanti**.
- Lo so che queste sono norme pedagogiche che hanno tanto di barba; ma io mi domando quand’è che le abbiamo seguite sul serio nell’insegnamento della matematica. E anche nelle scuole superiori andare cauti, cauti, cauti colle disquisizioni sui principi. [. . . ]

cidi Perugia
centroiniziativademocraticainsegnanti

# Il ‘fusionismo’ tra G. del piano e G. dello spazio

# Il ‘fusionismo’ tra G. del piano e G. dello spazio

- Le prime esperienze geometriche dei bambini in età prescolare riguardano figure tridimensionali quali dadi, scatole, palline, palloni, barattoli.

# Il ‘fusionismo’ tra G. del piano e G. dello spazio

- Le prime esperienze geometriche dei bambini in età prescolare riguardano figure tridimensionali quali dadi, scatole, palline, palloni, barattoli.
- Solo in un secondo momento la loro attenzione si rivolge alle forme delle superfici che delimitano tali solidi (quadrati, rettangoli, cerchi).

# Il ‘fusionismo’ tra G. del piano e G. dello spazio

- Le prime esperienze geometriche dei bambini in età prescolare riguardano figure tridimensionali quali dadi, scatole, palline, palloni, barattoli.
- Solo in un secondo momento la loro attenzione si rivolge alle forme delle superfici che delimitano tali solidi (quadrati, rettangoli, cerchi).
- Già agli inizi del Novecento, e non solo in Italia, autorevoli matematici (tra cui in prima linea Felix Klein) elaborarono un programma, detto “fusionista”, col proposito di insegnare in parallelo la geometria del piano e quella dello spazio.
  *(V. Villani)*

cidi Perugia
centroiniziativademocraticainsegnanti

# Fusionismo attenuato (V. Villani)

# Fusionismo attenuato (V. Villani)

- Individuazione di analogie e differenze tra le definizioni e le proprietà del parallelismo e della perpendicolarità nel piano e nello spazio.

# Fusionismo attenuato (V. Villani)

- Individuazione di analogie e differenze tra le definizioni e le proprietà del parallelismo e della perpendicolarità nel piano e nello spazio.
- Costruzione di una tabella per confrontare le formule per il calcolo delle aree di figure piane (triangoli, quadrati, cerchi,...) e le formule per il calcolo dei volumi delle omologhe figure solide (piramidi, cubi, sfere,...).

# Fusionismo attenuato (V. Villani)

- Individuazione di analogie e differenze tra le definizioni e le proprietà del parallelismo e della perpendicolarità nel piano e nello spazio.
- Costruzione di una tabella per confrontare le formule per il calcolo delle aree di figure piane (triangoli, quadrati, cerchi,...) e le formule per il calcolo dei volumi delle omologhe figure solide (piramidi, cubi, sfere,...).
- Consapevolezza del fatto che se una figura (del piano o dello spazio) viene modificata per effetto di una similitudine di fattore k: le ampiezze angolari restano tutte invariate, le lunghezze, le aree, i volumi si modificano tutti secondo il fattore moltiplicativo k.

cidi Perugia
centroiniziativademocraticainsegnanti

# Fusionismo attenuato (V. Villani)

- Individuazione di analogie e differenze tra le definizioni e le proprietà del parallelismo e della perpendicolarità nel piano e nello spazio.
- Costruzione di una tabella per confrontare le formule per il calcolo delle aree di figure piane (triangoli, quadrati, cerchi,...) e le formule per il calcolo dei volumi delle omologhe figure solide (piramidi, cubi, sfere,...).
- Consapevolezza del fatto che se una figura (del piano o dello spazio) viene modificata per effetto di una similitudine di fattore k: le ampiezze angolari restano tutte invariate, le lunghezze, le aree, i volumi si modificano tutti secondo il fattore moltiplicativo k.
- Riflessione sulla rigidità (o non rigidità) delle figure geometriche: i triangoli sono figure 'rigide' del piano (terzo criterio di uguaglianza), i quadrati non sono 'rigidi'. Analogamente, i tetraedri sono figure 'rigide' dello spazio, i cubi non sono 'rigidi'.

cidi Perugia centro iniziativa democratica insegnanti

# Aspetti Figurali e Aspetti Concettuali (V. Villani)

# Aspetti Figurali e Aspetti Concettuali (V. Villani)

- Livello 1 (visuale).
  Le figure geometriche sono riconosciute e identificate globalmente in base al loro aspetto e alla loro forma.

# Aspetti Figurali e Aspetti Concettuali (V. Villani)

- Livello 1 (visuale).
  Le figure geometriche sono riconosciute e identificate globalmente in base al loro aspetto e alla loro forma.
- Livello 2 (descrittivo).
  Le figure sono identificate in base a certe loro proprietà matematiche.

# Aspetti Figurali e Aspetti Concettuali (V. Villani)

- Livello 1 (visuale).
  Le figure geometriche sono riconosciute e identificate globalmente in base al loro aspetto e alla loro forma.
- Livello 2 (descrittivo).
  Le figure sono identificate in base a certe loro proprietà matematiche.
- Livello 3 (razionale).
  Si riconoscono i legami e le gerarchie esistenti tra le diverse proprietà di una figura, nonché le relazioni che intercorrono tra figure diverse.

cidi Perugia centro iniziativa democratica insegnanti

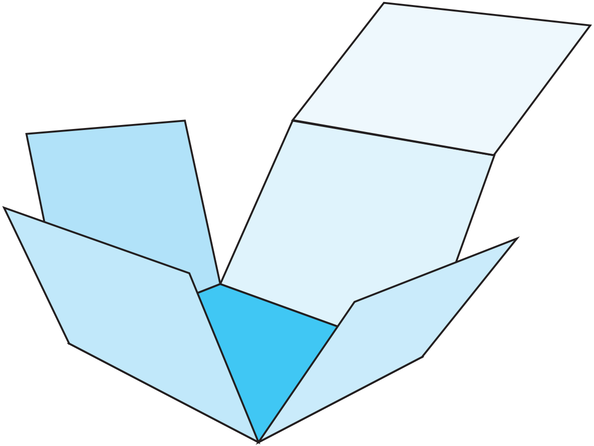
# Aspetti Figurali e Aspetti Concettuali (V. Villani)

- Livello 1 (visuale).
  Le figure geometriche sono riconosciute e identificate globalmente in base al loro aspetto e alla loro forma.
- Livello 2 (descrittivo).
  Le figure sono identificate in base a certe loro proprietà matematiche.
- Livello 3 (razionale).
  Si riconoscono i legami e le gerarchie esistenti tra le diverse proprietà di una figura, nonché le relazioni che intercorrono tra figure diverse.
- Livello 4 (logico).
  Si comprende la struttura di un sistema assiomatico e il ruolo dei procedimenti deduttivi.

# Aspetti Figurali e Aspetti Concettuali (V. Villani)

- Livello 1 (visuale).
  Le figure geometriche sono riconosciute e identificate globalmente in base al loro aspetto e alla loro forma.
- Livello 2 (descrittivo).
  Le figure sono identificate in base a certe loro proprietà matematiche.
- Livello 3 (razionale).
  Si riconoscono i legami e le gerarchie esistenti tra le diverse proprietà di una figura, nonché le relazioni che intercorrono tra figure diverse.
- Livello 4 (logico).
  Si comprende la struttura di un sistema assiomatico e il ruolo dei procedimenti deduttivi.
- Livello 5 (critico).
  Si sanno confrontare tra loro vari sistemi assiomatici e si è in grado di esplorare geometrie diverse, basate su differenti sistemi di postulati.

# Lo sviluppo del cubo

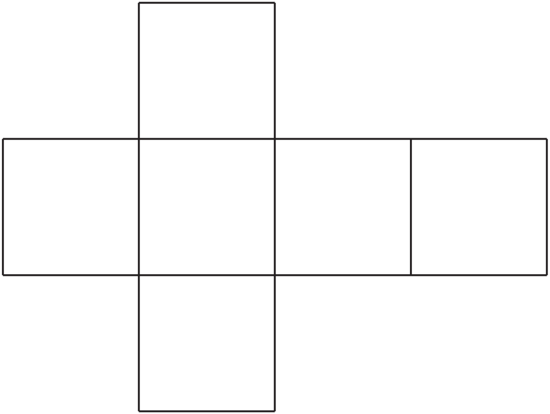


# Lo sviluppo del cubo

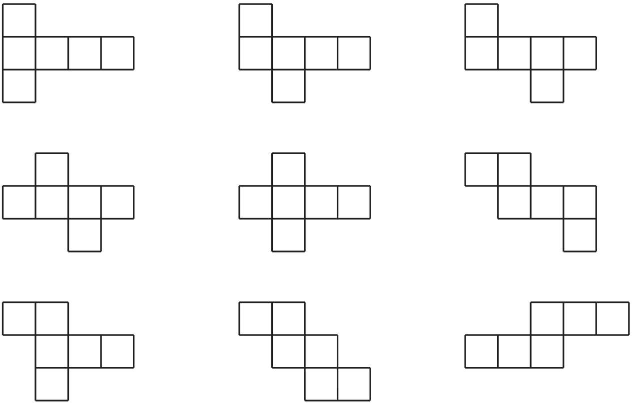
Ma ce n'è uno solo?

# Lo sviluppo del cubo

Ma ce n'è uno solo?

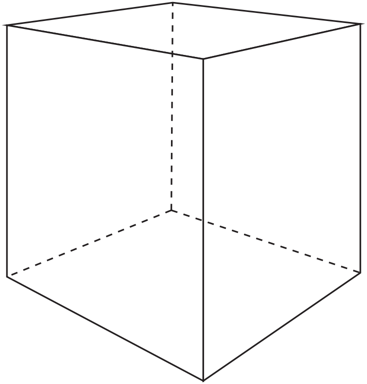


# Gli 11 sviluppi del cubo



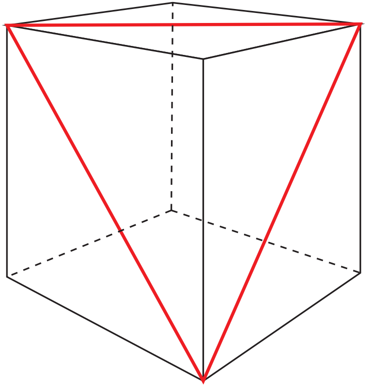
# Affettiamo un cubo

- Tagliamo il cubo secondo le diagonali di tre facce?
- Quante volte si può sezionare?
- Che cosa resta del cubo?



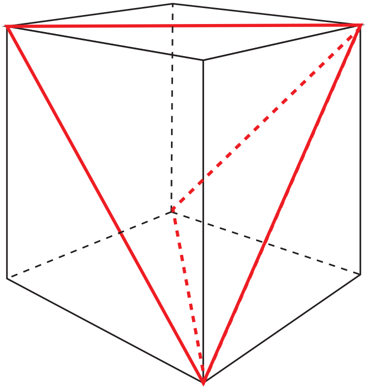
# Affettiamo un cubo

- Tagliamo il cubo secondo le diagonali di tre facce?
- Quante volte si può sezionare?
- Che cosa resta del cubo?



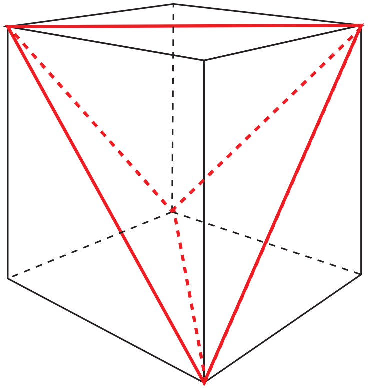
# Affettiamo un cubo

- Tagliamo il cubo secondo le diagonali di tre facce?
- Quante volte si può sezionare?
- Che cosa resta del cubo?

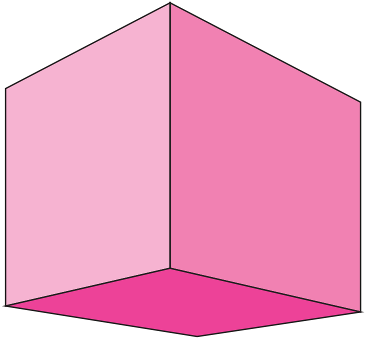


# Affettiamo un cubo

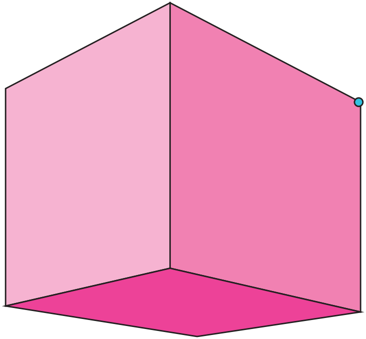
- Tagliamo il cubo secondo le diagonali di tre facce?
- Quante volte si può sezionare?
- Che cosa resta del cubo?



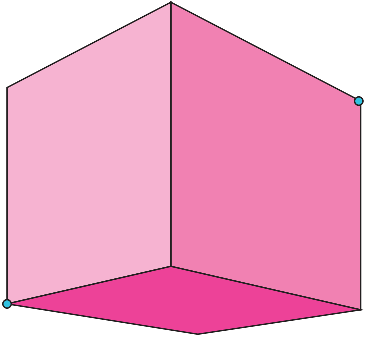
Individuare il cammino minimo tra due vertici opposti in un cubo.



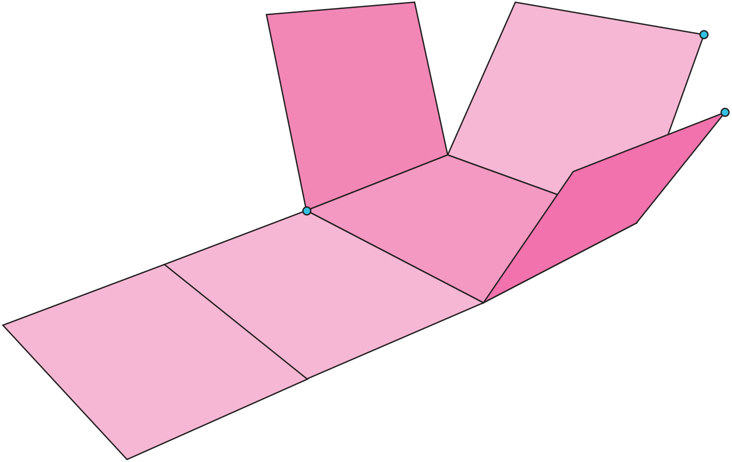
Individuare il cammino minimo tra due vertici opposti in un cubo.



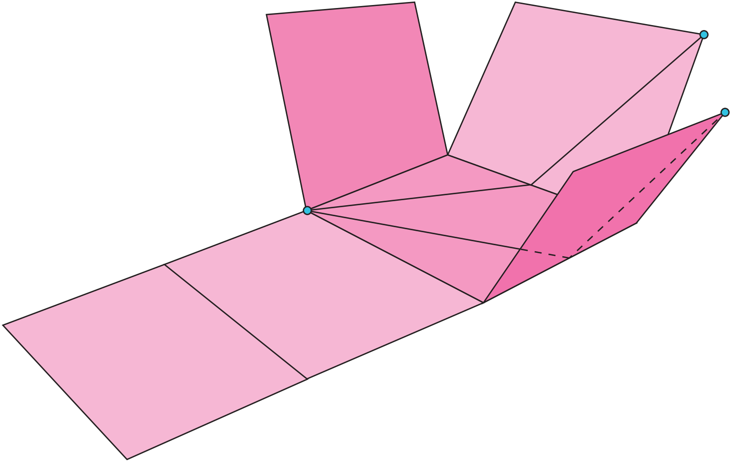
Individuare il cammino minimo tra due vertici opposti in un cubo.



Individuare il cammino minimo tra due vertici opposti in un cubo.



Individuare il cammino minimo tra due vertici opposti in un cubo.



# La ricerca dei cammini minimi

Il cammino minimo tra due vertici opposti in un cubo nel suo sviluppo sul piano.