

Laboratorio CIDI

Da un problema un sistema lineare nella scuola elementare

presso

Istituto Comprensivo Perugia 12
Pt. S. Giovanni

27 febbraio 2017

Francesca Conti Candori
fonticandori43@gmail.com

Valerio Scorsipa
valerio.scorsipa@alice.it

- Il problema riportato è stato affrontato, insieme ad altri, il 14 febbraio 2017 nel Corso-laboratorio CIDI “Problematizzare e Argomentare”.

Prefazione

- Il problema riportato è stato affrontato, insieme ad altri, il 14 febbraio 2017 nel Corso-laboratorio CIDI “Problematizzare e Argomentare”.
- Sono emersi diversi elementi di riflessione rispetto al testo del problema e alla sua traduzione in simboli.

Prefazione

- Il problema riportato è stato affrontato, insieme ad altri, il 14 febbraio 2017 nel Corso-laboratorio CIDI “Problematizzare e Argomentare”.
- Sono emersi diversi elementi di riflessione rispetto al testo del problema e alla sua traduzione in simboli.
- Ci siamo chiesti se a seguito della risoluzione per tentativi del problema ottenuta dall’alunno è bene che l’insegnante approfondisca l’impianto risolutivo facendo emergere strumenti d’indagine e di **rappresentazione** che esplicitino il **ragionamento**.

Problema

- In un piazzale ci sono biciclette e automobili e in tutto i veicoli sono 9 mentre si contano 26 ruote.

Problema

- In un piazzale ci sono biciclette e automobili e in tutto i veicoli sono 9 mentre si contano 26 ruote.
- Quante sono le automobili e le biciclette?

Riflessioni sul sistema risolvente

Le relazioni che traducono in modo matematico il problema sono:

Riflessioni sul sistema risolvibile

Le relazioni che traducono in modo matematico il problema sono:



$$\begin{cases} n.bici + n.auto = 9 \text{ n.veicoli} \\ 2 \text{ ruote} \times n.bici + 4 \text{ ruote} \times n.auto = 26 \text{ n.ruote} \end{cases}$$

Riflessioni sul sistema risolvibile

Le relazioni che traducono in modo matematico il problema sono:



$$\begin{cases} n.bici + n.auto = 9 \text{ n.veicoli} \\ 2 \text{ ruote} \times n.bici + 4 \text{ ruote} \times n.auto = 26 \text{ n.ruote} \end{cases}$$

Riflessioni sul sistema risolvibile

Le relazioni che traducono in modo matematico il problema sono:



$$\begin{cases} n.bici + n.auto = 9 \text{ n.veicoli} \\ 2 \text{ ruote} \times n.bici + 4 \text{ ruote} \times n.auto = 26 \text{ n.ruote} \end{cases}$$

- La prima relazione sfata il detto secondo il quale “non si possono sommare pere e mele”, ma basta passare da due categorie particolari ad una più generale, il sovrainsieme che le include: “bici” e “auto” ricadono sotto l’egida di “veicoli”, entrambi sono veicoli e quindi è possibile sommarli.

Riflessioni sul sistema risolvibile

Le relazioni che traducono in modo matematico il problema sono:



$$\begin{cases} n.bici + n.auto = 9 \text{ n.veicoli} \\ 2 \text{ ruote} \times n.bici + 4 \text{ ruote} \times n.auto = 26 \text{ n.ruote} \end{cases}$$

- La prima relazione sfata il detto secondo il quale “non si possono sommare pere e mele”, ma basta passare da due categorie particolari ad una più generale, il sovrainsieme che le include: “bici” e “auto” ricadono sotto l’egida di “veicoli”, entrambi sono veicoli e quindi è possibile sommarli.
- Far osservare agli alunni un’inclusione che da specie particolari porta a una più generale è un’importante riflessione sui processi di astrazione, generalizzazione e particolarizzazione.

Tornando al sistema

Tornando al sistema

- La seconda relazione equivale a

$$1 \text{ ruota} \times n.bici + 2 \text{ ruote} \times n.auto = 13 \text{ } n.ruote$$

ottenuta dividendone tutti i termini per 2 e perciò si può anche scrivere

Tornando al sistema

- La seconda relazione equivale a

$$1 \text{ ruota} \times n.bici + 2 \text{ ruote} \times n.auto = 13 \text{ } n.ruote$$

ottenuta dividendone tutti i termini per 2 e perciò si può anche scrivere

-

$$\begin{cases} n.bici + n.auto = 9 \text{ } n.veicoli \\ 1 \text{ ruota} \times n.bici + 2 \text{ ruote} \times n.auto = 13 \text{ } n.ruote \end{cases}$$

e ovviamente, nell'uno o nell'altro caso, l'alunno se ne dovrà servire per trovare il risultato.

Osservazioni

Osserviamo che la scrittura

Osserviamo che la scrittura



$$4 \text{ ruote} \times n.\text{auto}$$

corrisponde al ragionamento

“le ruote sono 4 per ogni auto e le auto sono $n.\text{auto}$, allora le loro ruote sono in tutto $4 \times n.\text{auto}$ ”. Ma questo vale anche per $2 \text{ ruote} \times n.\text{auto}$ e per $1 \text{ ruota} \times n.\text{bici}$

Osservazioni

Osserviamo che la scrittura



$$4 \text{ ruote} \times n.\text{auto}$$

corrisponde al ragionamento

“le ruote sono 4 per ogni auto e le auto sono $n.\text{auto}$, allora le loro ruote sono in tutto $4 \times n.\text{auto}$ ”. Ma questo vale anche per $2 \text{ ruote} \times n.\text{auto}$ e per $1 \text{ ruota} \times n.\text{bici}$

- Le due relazioni che abbiamo discusso possono allora essere trasformate nelle seguenti relazioni-funzione:

$$\begin{cases} n.\text{bici} = 9 - n.\text{auto} \\ n.\text{bici} = 13 - 2 \times n.\text{auto} \end{cases}$$

Dalla semantica alla sintassi: cardinalità e funzioni

Dalla semantica alla sintassi: cardinalità e funzioni

In quel che precede si sono prese in considerazione:

- 1 le cardinalità (le numerosità) degli insiemi bici, auto e ruote;

Dalla semantica alla sintassi: cardinalità e funzioni

In quel che precede si sono prese in considerazione:

- 1 le cardinalità (le numerosità) degli insiemi bici, auto e ruote;
- 2 le relazioni ruote-bici, ruote-auto che legano le cardinalità dei due tipi di veicoli a quella delle ruote.

Dalla semantica alla sintassi: cardinalità e funzioni

In quel che precede si sono prese in considerazione:

- ① le cardinalità (le numerosità) degli insiemi bici, auto e ruote;
- ② le relazioni ruote-bici, ruote-auto che legano le cardinalità dei due tipi di veicoli a quella delle ruote.
- In sostanza quel che conta non sono le specie degli oggetti, ma i loro numeri e le relazioni numeriche che intercorrono tra essi.

Dalla semantica alla sintassi: cardinalità e funzioni

In quel che precede si sono prese in considerazione:

- 1 le cardinalità (le numerosità) degli insiemi bici, auto e ruote;
 - 2 le relazioni ruote-bici, ruote-auto che legano le cardinalità dei due tipi di veicoli a quella delle ruote.
- In sostanza quel che conta non sono le specie degli oggetti, ma i loro numeri e le relazioni numeriche che intercorrono tra essi.
 - Infatti con 9 fra quadrupedi e bipedi e con 26 zampe avremmo lo stesso problema e sintatticamente lo stesso schema risolutivo.

Dalla semantica alla sintassi: cardinalità e funzioni

In quel che precede si sono prese in considerazione:

- 1 le cardinalità (le numerosità) degli insiemi bici, auto e ruote;
 - 2 le relazioni ruote-bici, ruote-auto che legano le cardinalità dei due tipi di veicoli a quella delle ruote.
- In sostanza quel che conta non sono le specie degli oggetti, ma i loro numeri e le relazioni numeriche che intercorrono tra essi.
 - Infatti con 9 fra quadrupedi e bipedi e con 26 zampe avremmo lo stesso problema e sintatticamente lo stesso schema risolutivo.
 - Il passaggio non è certo facile e va curato con attenzione, ma nella scrittura seguente si riconosce il punto di arrivo.

Dalla semantica alla sintassi: cardinalità e funzioni

In quel che precede si sono prese in considerazione:

- 1 le cardinalità (le numerosità) degli insiemi bici, auto e ruote;
 - 2 le relazioni ruote-bici, ruote-auto che legano le cardinalità dei due tipi di veicoli a quella delle ruote.
- In sostanza quel che conta non sono le specie degli oggetti, ma i loro numeri e le relazioni numeriche che intercorrono tra essi.
 - Infatti con 9 fra quadrupedi e bipedi e con 26 zampe avremmo lo stesso problema e sintatticamente lo stesso schema risolutivo.
 - Il passaggio non è certo facile e va curato con attenzione, ma nella scrittura seguente si riconosce il punto di arrivo.

Dalla semantica alla sintassi: cardinalità e funzioni

In quel che precede si sono prese in considerazione:

- 1 le cardinalità (le numerosità) degli insiemi bici, auto e ruote;
 - 2 le relazioni ruote-bici, ruote-auto che legano le cardinalità dei due tipi di veicoli a quella delle ruote.
- In sostanza quel che conta non sono le specie degli oggetti, ma i loro numeri e le relazioni numeriche che intercorrono tra essi.
 - Infatti con 9 fra quadrupedi e bipedi e con 26 zampe avremmo lo stesso problema e sintatticamente lo stesso schema risolutivo.
 - Il passaggio non è certo facile e va curato con attenzione, ma nella scrittura seguente si riconosce il punto di arrivo.

$$\begin{cases} n.bici = 9 - n.auto \\ n.bici = 13 - 2 \times n.auto \end{cases} \implies \boxed{\begin{cases} y = 9 - x \\ y = 13 - 2x \end{cases}}$$

Tabella

auto	bici	ruote-A	ruote-B	ruote	metà ruote
1	8	4	16	20	10
2	7	8	14	22	11
3	6	12	12	24	12
4	5	16	10	26	13
5	4	20	8	28	14
6	3	24	6	30	15
7	2	28	4	32	16
8	1	32	2	34	17

Tabelle-Funzioni

Dalle uguaglianze

$$n.bici = 9 - n.auto, \quad n.bici = 13 - 2 \times n.auto$$

si ricavano le due tabelle (funzioni)

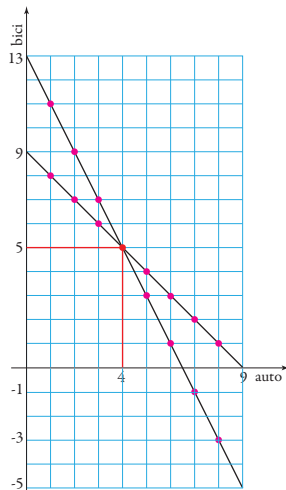
auto	↦	bici
1	↦	8
2	↦	7
3	↦	6
4	↦	5
5	↦	4
6	↦	3
7	↦	2
8	↦	1

auto	↦	bici
1	↦	11
2	↦	9
3	↦	7
4	↦	5
5	↦	3
6	↦	1
7	↦	-1
8	↦	-3

Rappresentazione cartesiana

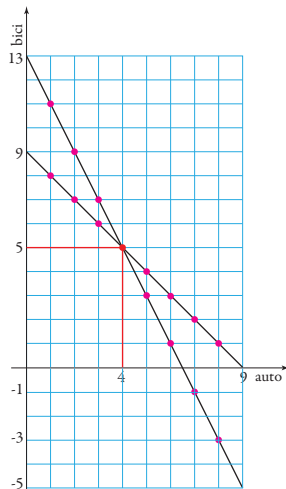
Rappresentazione cartesiana

- Le coppie (*auto*; *bici*) delle due tabelle rappresentano in un piano cartesiano i punti di due rette che si intersecano in $(4 \text{ auto}, 5 \text{ bici})$, la soluzione del problema.



Rappresentazione cartesiana

- Le coppie (*auto*; *bici*) delle due tabelle rappresentano in un piano cartesiano i punti di due rette che si intersecano in $(4 \text{ auto}, 5 \text{ bici})$, la soluzione del problema.
- Nella retta che rappresenta la seconda tabella due punti cadono sotto l'asse orizzontale: con 7 e 8 auto abbiamo bisogno di numeri-sotto (negativi) -1, -3...



Rappresentazione cartesiana

- Le coppie (*auto*; *bici*) delle due tabelle rappresentano in un piano cartesiano i punti di due rette che si intersecano in $(4 \text{ auto}, 5 \text{ bici})$, la soluzione del problema.
- Nella retta che rappresenta la seconda tabella due punti cadono sotto l'asse orizzontale: con 7 e 8 auto abbiamo bisogno di numeri-sotto (negativi) -1, -3...
- che sia questa una buona occasione per cominciare a fare la loro conoscenza?

