

Laboratorio CIDI

## Conteggi e Anagrammi

presso

Istituto Comprensivo Perugia 12  
Ponte S. Giovanni

30 gennaio 2017

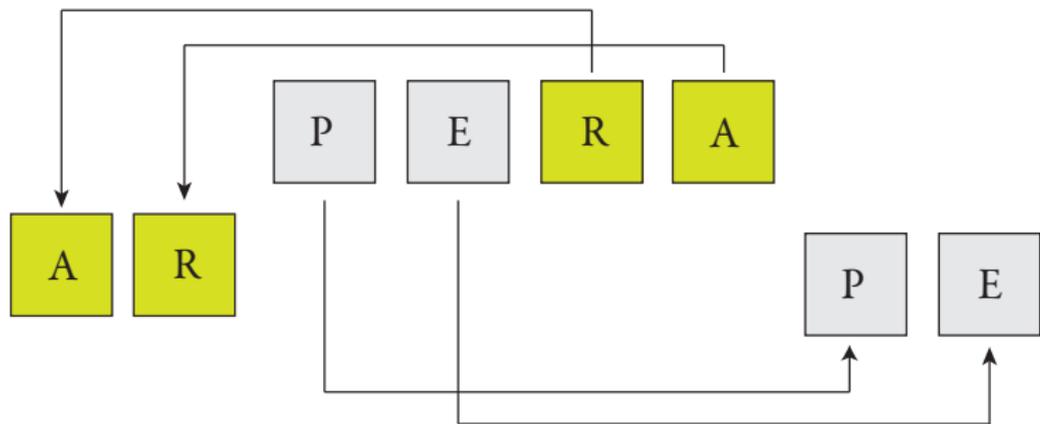
Francesca Conti Candori  
fconticandori43@gmail.com

Valerio Scorsipa  
valerio.scorsipa@alice.it

# Introduzione

## Obiettivo della presentazione

*Anagrammare le parole, così da ottenerne di nuove per poi contarle, è un gioco che può portare gli alunni a nuove visioni grazie alle quali risolvere problemi apparentemente diversi ...*





Contare gli anagrammi e usarli per altre circostanze:

- trasformare i cammini per andare in una tabella da una casella a un'altra negli anagrammi di una parola;

Contare gli anagrammi e usarli per altre circostanze:

- trasformare i cammini per andare in una tabella da una casella a un'altra negli anagrammi di una parola;
- stabilire in quanti modi

Contare gli anagrammi e usarli per altre circostanze:

- trasformare i cammini per andare in una tabella da una casella a un'altra negli anagrammi di una parola;
- stabilire in quanti modi
  - ▶ quattro persone possono sedersi attorno ad un tavolo quadrato;

Contare gli anagrammi e usarli per altre circostanze:

- trasformare i cammini per andare in una tabella da una casella a un'altra negli anagrammi di una parola;
- stabilire in quanti modi
  - ▶ quattro persone possono sedersi attorno ad un tavolo quadrato;
  - ▶ si possono distribuire sette caramelle a quattro bambini;

Contare gli anagrammi e usarli per altre circostanze:

- trasformare i cammini per andare in una tabella da una casella a un'altra negli anagrammi di una parola;
- stabilire in quanti modi
  - ▶ quattro persone possono sedersi attorno ad un tavolo quadrato;
  - ▶ si possono distribuire sette caramelle a quattro bambini;
  - ▶ si possono distribuire al più cinque caramelle a tre bambini;

Contare gli anagrammi e usarli per altre circostanze:

- trasformare i cammini per andare in una tabella da una casella a un'altra negli anagrammi di una parola;
- stabilire in quanti modi
  - ▶ quattro persone possono sedersi attorno ad un tavolo quadrato;
  - ▶ si possono distribuire sette caramelle a quattro bambini;
  - ▶ si possono distribuire al più cinque caramelle a tre bambini;
- stabilire quante parole si possono comunicare

Contare gli anagrammi e usarli per altre circostanze:

- trasformare i cammini per andare in una tabella da una casella a un'altra negli anagrammi di una parola;
- stabilire in quanti modi
  - ▶ quattro persone possono sedersi attorno ad un tavolo quadrato;
  - ▶ si possono distribuire sette caramelle a quattro bambini;
  - ▶ si possono distribuire al più cinque caramelle a tre bambini;
- stabilire quante parole si possono comunicare
  - ▶ con gli stati acceso-spento di cinque lampadine allineate;

Contare gli anagrammi e usarli per altre circostanze:

- trasformare i cammini per andare in una tabella da una casella a un'altra negli anagrammi di una parola;
- stabilire in quanti modi
  - ▶ quattro persone possono sedersi attorno ad un tavolo quadrato;
  - ▶ si possono distribuire sette caramelle a quattro bambini;
  - ▶ si possono distribuire al più cinque caramelle a tre bambini;
- stabilire quante parole si possono comunicare
  - ▶ con gli stati acceso-spento di cinque lampadine allineate;
  - ▶ con una striscia di quattro led allineati che possono assumere i tre stati di un semaforo.

# Anagramma di una parola

È la sostituzione di una parola con un'altra nella quale le lettere che compongono la prima sono le stesse ma in posizione scambiata.

# Anagramma di una parola

È la sostituzione di una parola con un'altra nella quale le lettere che compongono la prima sono le stesse ma in posizione scambiata.

- 1 “anima” e “manìa”
- 2 “epa” e “ape”
- 3 “mora”, “amor”, “ramo”, “orma” e “armo”



# Anagramma di una parola

È la sostituzione di una parola con un'altra nella quale le lettere che compongono la prima sono le stesse ma in posizione scambiata.

- 1 “anima” e “manìa”
- 2 “epa” e “ape”
- 3 “mora”, “amor”, “ramo”, “orma” e “armo”

Noi saremo interessati anche a “parole” non appartenenti alla lingua italiana, così accetteremo anche:

- 1 “naima”, “aiamn”, “miana” ...
- 2 “pae”, “aep”, “pea” e “eap”
- 3 “oram”, “moar”, “maor”, “maro” ...

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";
- "E" → "EAP", "EPA";

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";
- "E" → "EAP", "EPA";
- "P" → "PAE", "PEA".

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";
- "E" → "EAP", "EPA";
- "P" → "PAE", "PEA".

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";
- "E" → "EAP", "EPA";
- "P" → "PAE", "PEA".

Se ne contano SEI.

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";
- "E" → "EAP", "EPA";
- "P" → "PAE", "PEA".

Se ne contano SEI.

Ora per la parola "ALA"

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";
- "E" → "EAP", "EPA";
- "P" → "PAE", "PEA".

Se ne contano SEI.

Ora per la parola "ALA"

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AAL", "ALA";

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";
- "E" → "EAP", "EPA";
- "P" → "PAE", "PEA".

Se ne contano SEI.

Ora per la parola "ALA"

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AAL", "ALA";
- "L" → "LAA",

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";
- "E" → "EAP", "EPA";
- "P" → "PAE", "PEA".

Se ne contano SEI.

Ora per la parola "ALA"

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AAL", "ALA";
- "L" → "LAA",

# Anagrammi di una parola

Vogliamo contare gli anagrammi di "APE" aventi o non significato nella lingua italiana.

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AEP", "APE";
- "E" → "EAP", "EPA";
- "P" → "PAE", "PEA".

Se ne contano SEI.

Ora per la parola "ALA"

Anagrammi che iniziano con

- "A" → "AAL", "ALA";
- "L" → "LAA",

Se ne contano TRE.

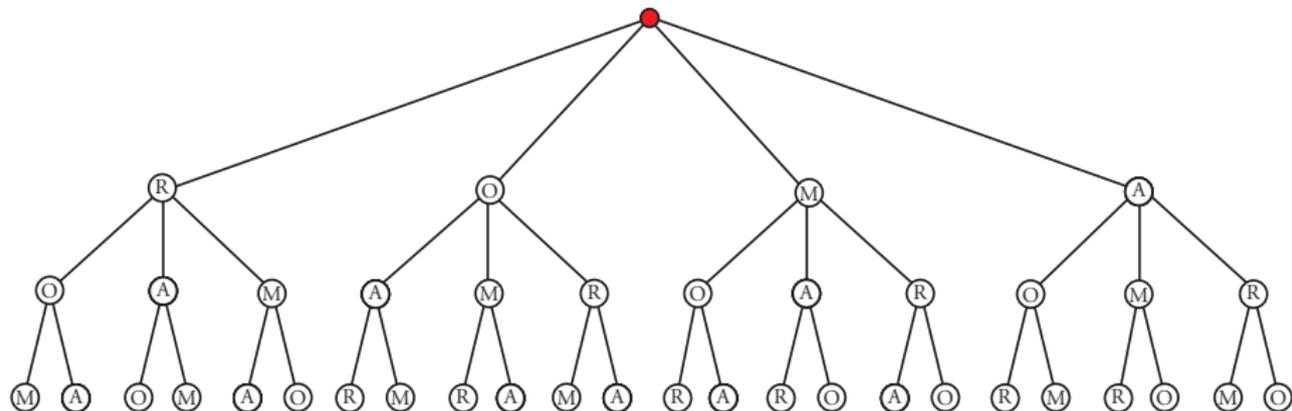
# Albero di “ROMA”



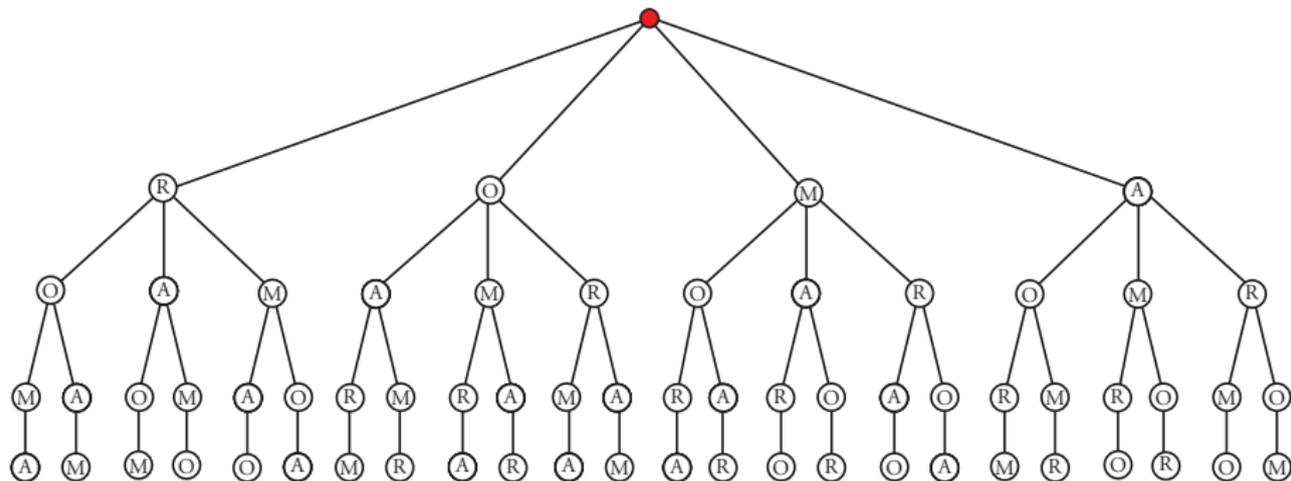




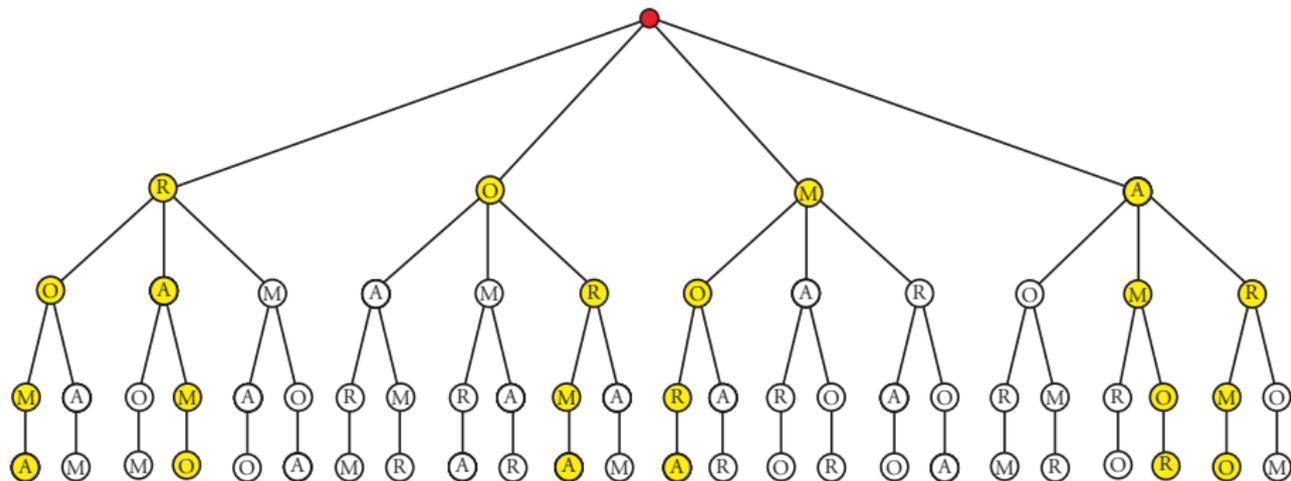
# Albero di "ROMA"



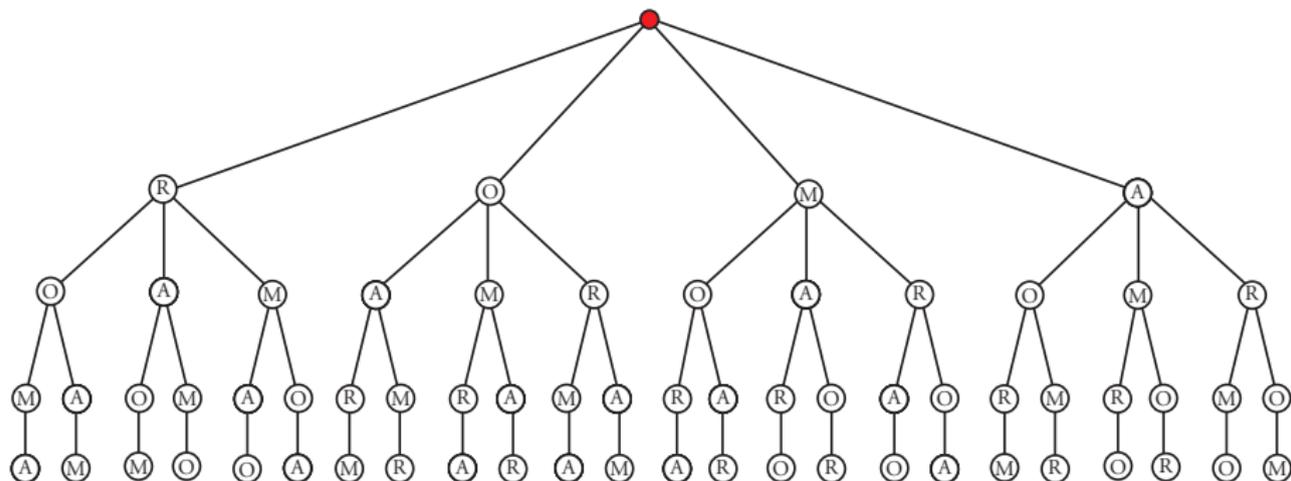
# Albero di "ROMA"



# Albero di "ROMA"



# Albero di "ROMA"



Vediamo che gli anagrammi sono in tutto 24.

# Albero di “ROMA”

Come si calcola il numero degli anagrammi di ROMA?

# Albero di “ROMA”

Come si calcola il numero degli anagrammi di ROMA?  
Dall'albero di ROMA si vede che si può scegliere

# Albero di “ROMA”

Come si calcola il numero degli anagrammi di ROMA?  
Dall'albero di ROMA si vede che si può scegliere

- la prima lettera in 4 modi

# Albero di “ROMA”

Come si calcola il numero degli anagrammi di ROMA?

Dall'albero di ROMA si vede che si può scegliere

- la prima lettera in 4 modi
- la seconda in 3 modi

# Albero di “ROMA”

Come si calcola il numero degli anagrammi di ROMA?  
Dall'albero di ROMA si vede che si può scegliere

- la prima lettera in 4 modi
- la seconda in 3 modi
- la terza in 2 modi

# Albero di “ROMA”

Come si calcola il numero degli anagrammi di ROMA?  
Dall'albero di ROMA si vede che si può scegliere

- la prima lettera in 4 modi
- la seconda in 3 modi
- la terza in 2 modi
- la quarta in 1 modo

# Albero di “ROMA”

Come si calcola il numero degli anagrammi di ROMA?  
Dall'albero di ROMA si vede che si può scegliere

- la prima lettera in 4 modi
- la seconda in 3 modi
- la terza in 2 modi
- la quarta in 1 modo

# Albero di “ROMA”

Come si calcola il numero degli anagrammi di ROMA?  
Dall'albero di ROMA si vede che si può scegliere

- la prima lettera in 4 modi
- la seconda in 3 modi
- la terza in 2 modi
- la quarta in 1 modo

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

# Anagrammi di CASA

- Se si rendono le due “A” distinguibili mediante un contrassegno per esempio  $A_1$  per la prima e  $A_2$  per la seconda, allora gli anagrammi sono  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ;

# Anagrammi di CASA

- Se si rendono le due “A” distinguibili mediante un contrassegno per esempio  $A_1$  per la prima e  $A_2$  per la seconda, allora gli anagrammi sono  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ;
- mentre gli anagrammi di  $A_1A_2$  sono  $2 \times 1 = 2$ .

# Anagrammi di CASA

- Se si rendono le due “A” distinguibili mediante un contrassegno per esempio  $A_1$  per la prima e  $A_2$  per la seconda, allora gli anagrammi sono  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ;
- mentre gli anagrammi di  $A_1A_2$  sono  $2 \times 1 = 2$ .

# Anagrammi di CASA

- Se si rendono le due “A” distinguibili mediante un contrassegno per esempio  $A_1$  per la prima e  $A_2$  per la seconda, allora gli anagrammi sono  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ;
- mentre gli anagrammi di  $A_1A_2$  sono  $2 \times 1 = 2$ .

Gli anagrammi di CASA sono allora:

$$\frac{4 \times 3 \times \cancel{2} \times 1}{\cancel{2} \times 1} = 12$$

# Anagrammi di CASA

- Se si rendono le due “A” distinguibili mediante un contrassegno per esempio  $A_1$  per la prima e  $A_2$  per la seconda, allora gli anagrammi sono  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ;
- mentre gli anagrammi di  $A_1A_2$  sono  $2 \times 1 = 2$ .

Gli anagrammi di CASA sono allora:

$$\frac{4 \times 3 \times \cancel{2} \times 1}{\cancel{2} \times 1} = 12$$

A un anagramma di CASA come  $SACA$  corrispondono, distinguendo le “A”, gli anagrammi  $SA_1CA_2$ ,  $SA_2CA_1$ .

Perciò gli anagrammi di  $CASA$  sono la metà di quelli di  $CA_1SA_2$ .

# Anagrammi di CACCIA

Contrassegnando le lettere che si ripetono,

# Anagrammi di CACCIA

Contrassegnando le lettere che si ripetono,

- gli anagrammi di  $C_1A_1C_2C_3IA_2$  sono  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ ;

# Anagrammi di CACCIA

Contrassegnando le lettere che si ripetono,

- gli anagrammi di  $C_1A_1C_2C_3IA_2$  sono  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ ;
- quelli di  $A_1A_2$  sono  $2 \times 1 = 2$ ;

# Anagrammi di CACCIA

Contrassegnando le lettere che si ripetono,

- gli anagrammi di  $C_1A_1C_2C_3IA_2$  sono  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ ;
- quelli di  $A_1A_2$  sono  $2 \times 1 = 2$ ;
- quelli di  $C_1C_2C_3$  sono  $3 \times 2 \times 1 = 6$ .

# Anagrammi di CACCIA

Contrassegnando le lettere che si ripetono,

- gli anagrammi di  $C_1A_1C_2C_3IA_2$  sono  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ ;
- quelli di  $A_1A_2$  sono  $2 \times 1 = 2$ ;
- quelli di  $C_1C_2C_3$  sono  $3 \times 2 \times 1 = 6$ .

# Anagrammi di CACCIA

Contrassegnando le lettere che si ripetono,

- gli anagrammi di  $C_1A_1C_2C_3IA_2$  sono  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ ;
- quelli di  $A_1A_2$  sono  $2 \times 1 = 2$ ;
- quelli di  $C_1C_2C_3$  sono  $3 \times 2 \times 1 = 6$ .

Gli anagrammi di CACCIA sono allora:

# Anagrammi di CACCIA

Contrassegnando le lettere che si ripetono,

- gli anagrammi di  $C_1A_1C_2C_3IA_2$  sono  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ ;
- quelli di  $A_1A_2$  sono  $2 \times 1 = 2$ ;
- quelli di  $C_1C_2C_3$  sono  $3 \times 2 \times 1 = 6$ .

Gli anagrammi di CACCIA sono allora:

$$\frac{6 \times 5 \times A^2 \times \beta \times \gamma \times 1}{(\beta \times \gamma \times 1)(\gamma \times 1)} = 60.$$

# Il fattoriale $n!$

Il fattoriale di ogni numero intero non negativo è il prodotto di tutti i numeri interi positivi minori o uguali ad esso e si indica ponendo dopo il numero un punto esclamativo (simbolo introdotto nel 1808 dal matematico tedesco Christian Kramp).

Esempio:

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1.$$

# Il fattoriale $n!$

Il fattoriale di ogni numero intero non negativo è il prodotto di tutti i numeri interi positivi minori o uguali ad esso e si indica ponendo dopo il numero un punto esclamativo (simbolo introdotto nel 1808 dal matematico tedesco Christian Kramp).

Esempio:

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1.$$

È, per esempio,  $10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!$  (senza espandere  $6!$ ).

Per convenzione si pone

$$0! = 1.$$

# Il fattoriale n!

Il fattoriale di ogni numero intero non negativo è il prodotto di tutti i numeri interi positivi minori o uguali ad esso e si indica ponendo dopo il numero un punto esclamativo (simbolo introdotto nel 1808 dal matematico tedesco Christian Kramp).

Esempio:

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1.$$

È, per esempio,  $10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!$  (senza espandere  $6!$ ).

Per convenzione si pone

$$0! = 1.$$

Il numero degli anagrammi di CACCIA perciò si può scrivere:

$$\frac{6!}{3! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 2 \times 1} = \frac{6 \times 5 \times \cancel{4^2} \times \cancel{3!}}{\cancel{3!} \times \cancel{2} \times 1} = 60.$$



# In quanti modi posso mettere 4 biglie in 3 scatole?

Rappresentiamo le scatole con **tre** caselle, le biglie con **quattro** B e i passaggi da una scatola alla successiva con **due** P.

# In quanti modi posso mettere 4 biglie in 3 scatole?

Rappresentiamo le scatole con **tre** caselle, le biglie con **quattro** B e i passaggi da una scatola alla successiva con **due** P.

Casella1	P	Casella2	P	Casella3		Parola

# In quanti modi posso mettere 4 biglie in 3 scatole?

Rappresentiamo le scatole con **tre** caselle, le biglie con **quattro** B e i passaggi da una scatola alla successiva con **due** P.

Casella1	P	Casella2	P	Casella3	Parola
BB	P	B	P	B	BBPBPB

# In quanti modi posso mettere 4 biglie in 3 scatole?

Rappresentiamo le scatole con **tre** caselle, le biglie con **quattro** B e i passaggi da una scatola alla successiva con **due** P.

Casella1	P	Casella2	P	Casella3	Parola
BB	P	B	P	B	BBPBPB
BBB	P		P	B	BBBPPB

# In quanti modi posso mettere 4 biglie in 3 scatole?

Rappresentiamo le scatole con **tre** caselle, le biglie con **quattro** B e i passaggi da una scatola alla successiva con **due** P.

Casella1	P	Casella2	P	Casella3	Parola
BB	P	B	P	B	BBPBPB
BBB	P		P	B	BBBPPB
B	P	BB	P	B	BPBBPB

# In quanti modi posso mettere 4 biglie in 3 scatole?

Rappresentiamo le scatole con **tre** caselle, le biglie con **quattro** B e i passaggi da una scatola alla successiva con **due** P.

Casella1	P	Casella2	P	Casella3	Parola
BB	P	B	P	B	BBPBPB
BBB	P		P	B	BBBPPB
B	P	BB	P	B	BPBBPB
	P	BBBB	P		PBBBBP

# In quanti modi posso mettere 4 biglie in 3 scatole?

Rappresentiamo le scatole con **tre** caselle, le biglie con **quattro** B e i passaggi da una scatola alla successiva con **due** P.

Casella1	P	Casella2	P	Casella3	Parola
BB	P	B	P	B	BBPBPB
BBB	P		P	B	BBBPPB
B	P	BB	P	B	BPBBPB
	P	BBBB	P		PBBBBP
...	P	...	P	...	...

## In quanti modi posso mettere 4 biglie in 3 scatole?

Rappresentiamo le scatole con **tre** caselle, le biglie con **quattro** B e i passaggi da una scatola alla successiva con **due** P.

Casella1	P	Casella2	P	Casella3	Parola
BB	P	B	P	B	BBPBPB
BBB	P		P	B	BBBPPB
B	P	BB	P	B	BPBBPB
	P	BBBB	P		PBBBBP
...	P	...	P	...	...

La rappresentazione porta a calcolare il numero dei modi mediante gli anagrammi di una parola contenente **quattro** B e **due** P:

## In quanti modi posso mettere 4 biglie in 3 scatole?

Rappresentiamo le scatole con **tre** caselle, le biglie con **quattro** B e i passaggi da una scatola alla successiva con **due** P.

Casella1	P	Casella2	P	Casella3	Parola
BB	P	B	P	B	BBPBPB
BBB	P		P	B	BBBPPB
B	P	BB	P	B	BPBBPB
	P	BBBB	P		PBBBBP
...	P	...	P	...	...

La rappresentazione porta a calcolare il numero dei modi mediante gli anagrammi di una parola contenente **quattro** B e **due** P:

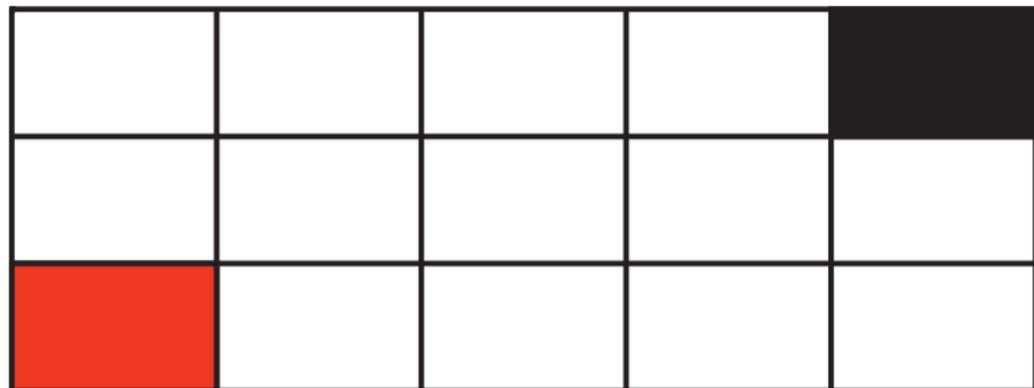
$$\frac{6!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = 15.$$

## Quanti cammini

Per andare dalla casella **rossa** alla **nera** ci si può muovere soltanto verso **destra** e verso l'**alto**.

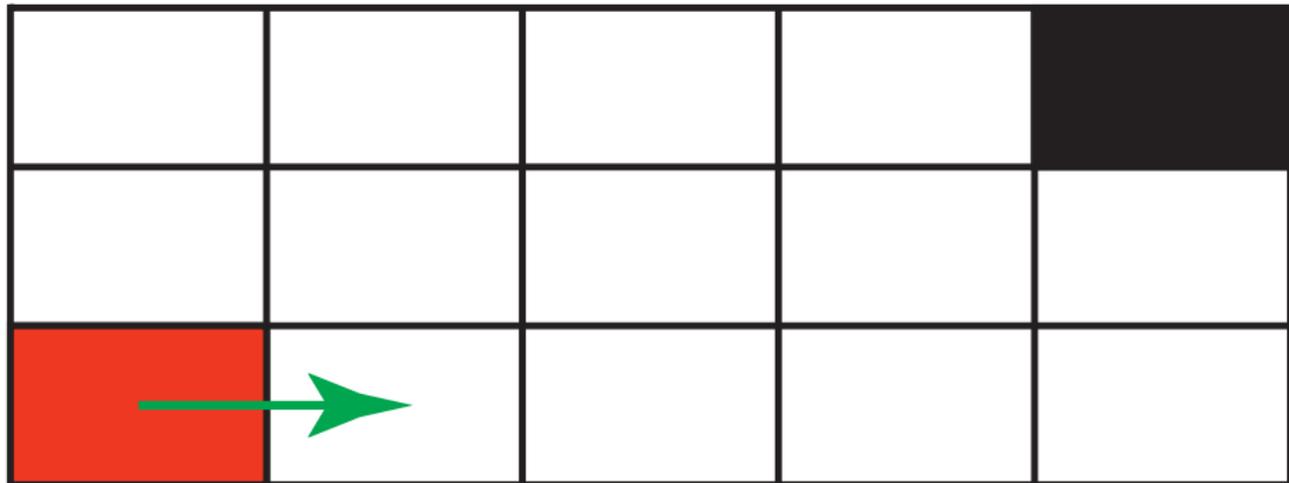
Con quali anagrammi si possono rappresentare i cammini?

Quanti sono allora i cammini possibili?

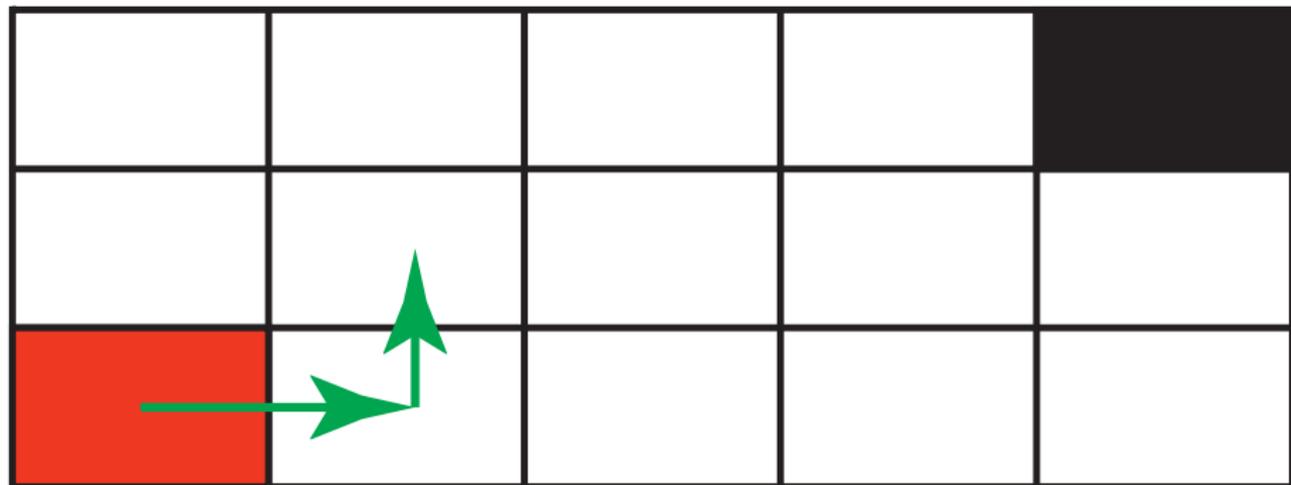


# Quanti cammini

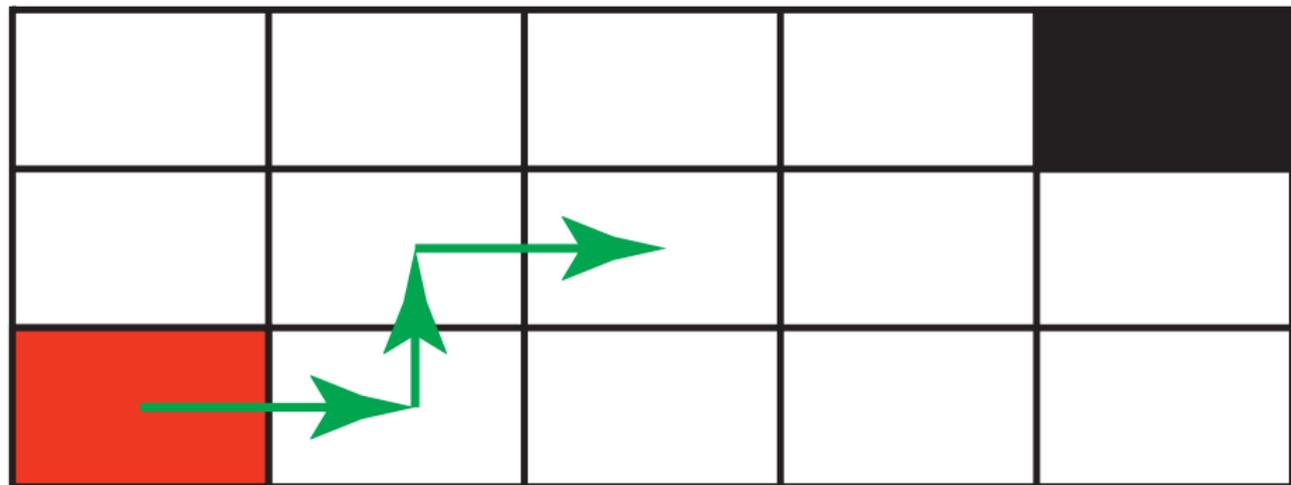

# Quanti cammini



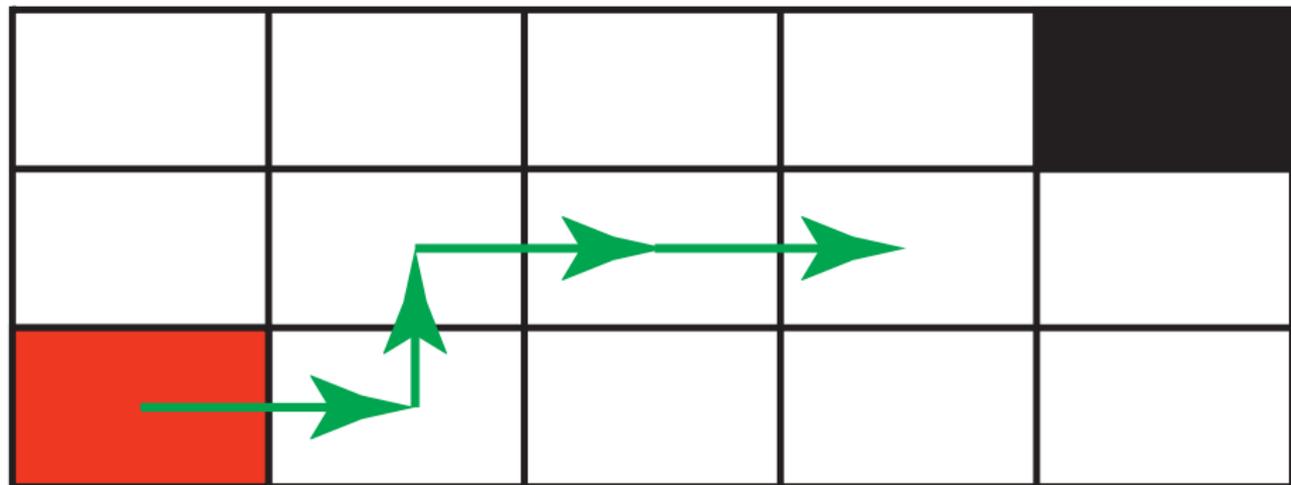
# Quanti cammini



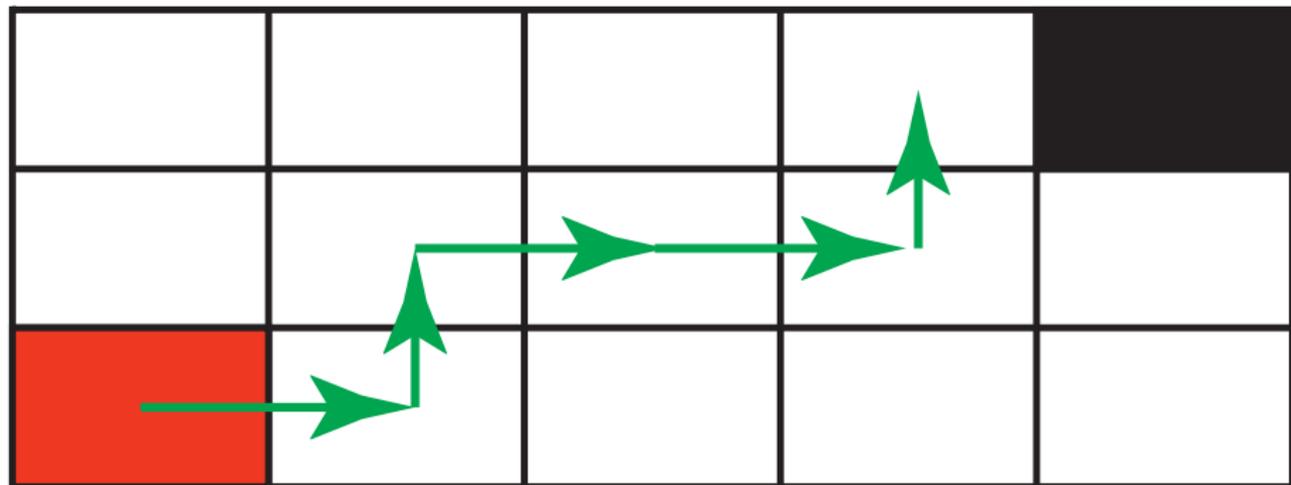
# Quanti cammini



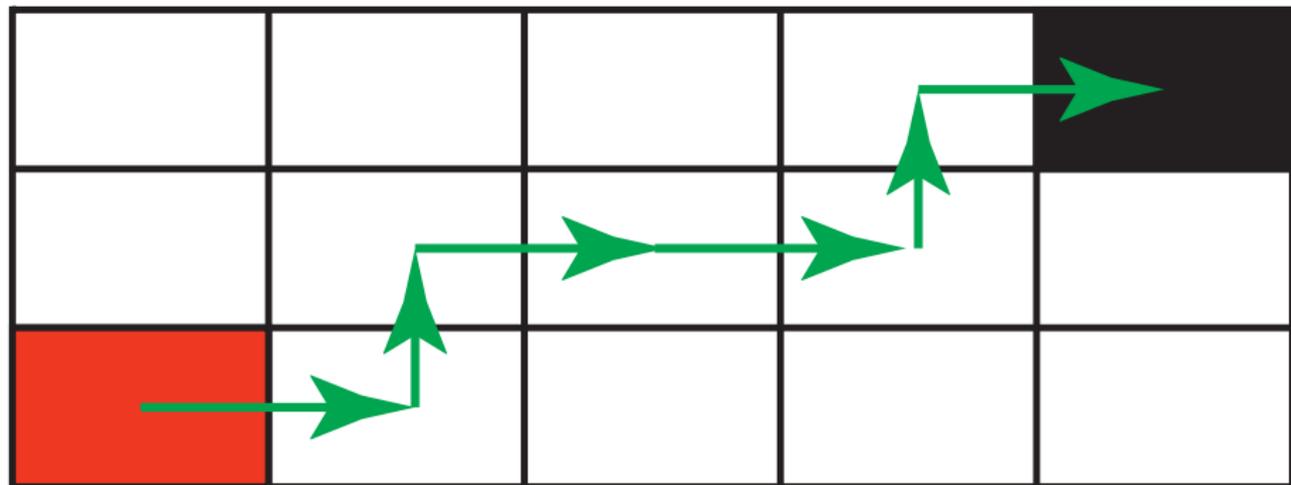
# Quanti cammini



# Quanti cammini



# Quanti cammini



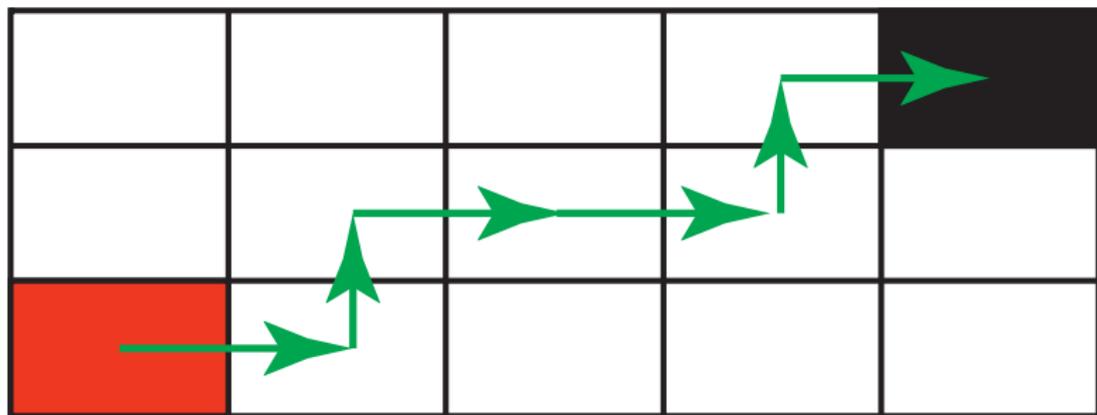
# Quanti cammini

Con quali parole si possono rappresentare i cammini?

# Quanti cammini

Con quali parole si possono rappresentare i cammini?

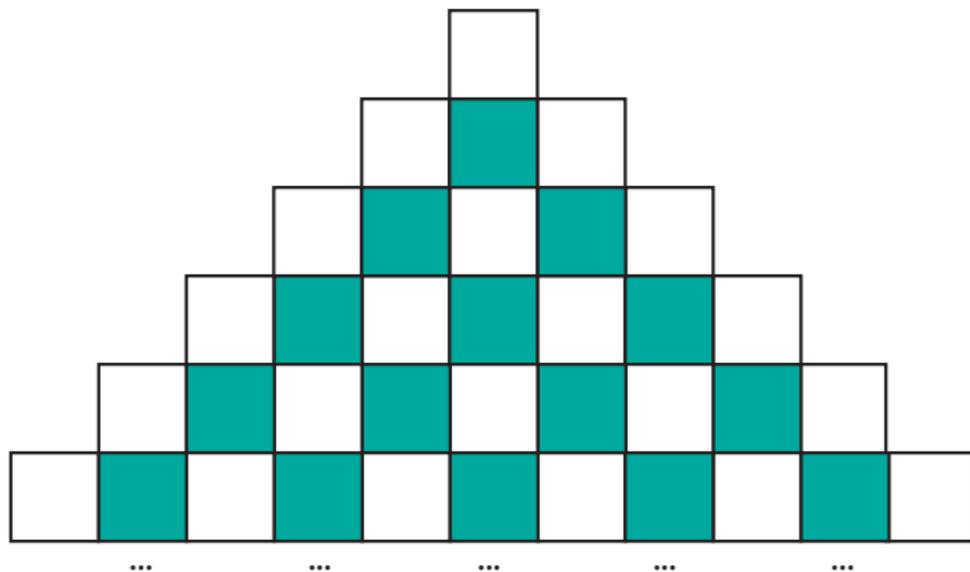
Risolvi ora il problema.



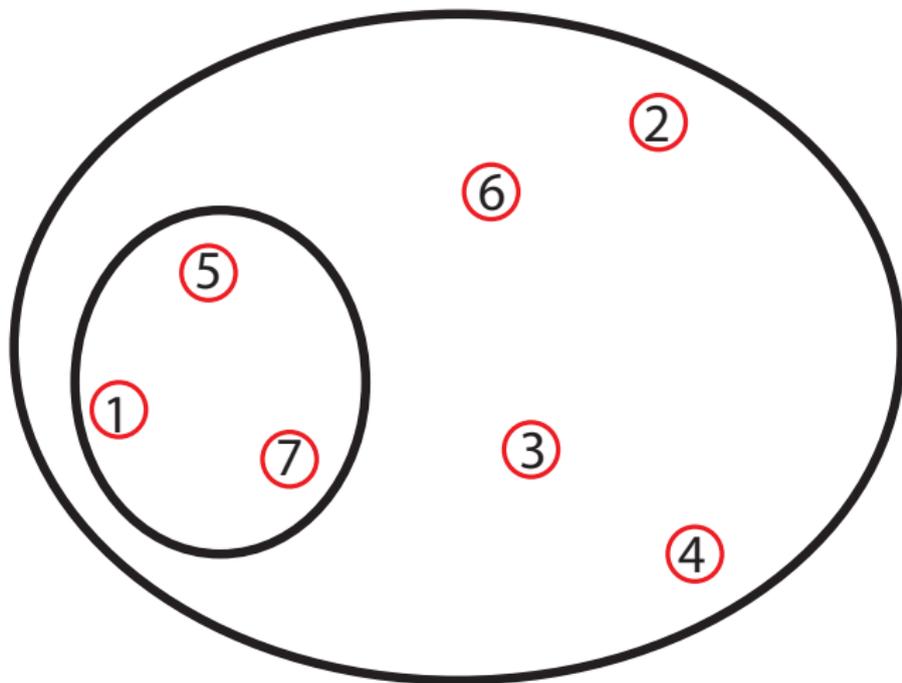
## Parole in discesa

Per giungere a una casella bianca a partire da quella più in alto e scendendo solo sulle bianche si può andare o a destra (D) o a sinistra (S). Si ottengono così parole formate da “D” e da “S”.

Riempi le caselle bianche dell’ultima riga con il numero di cammini necessari per raggiungerle.



Quante terne ci sono in un insieme di 7 oggetti?



*Qui si vede 1 terna, ma in tutto sono ...*

# Quante terne ci sono in un insieme di 7 oggetti?

Disponi gli oggetti in fila come indicato

# Quante terne ci sono in un insieme di 7 oggetti?

Disponi gli oggetti in fila come indicato



# Quante terne ci sono in un insieme di 7 oggetti?

Disponi gli oggetti in fila come indicato



Indica con “S” un oggetto scelto e con “N” uno non scelto.  
A ogni terna corrisponde una “parola” di 7 lettere...

# Quante terne ci sono in un insieme di 7 oggetti?

Disponi gli oggetti in fila come indicato



Indica con “S” un oggetto scelto e con “N” uno non scelto.

A ogni terna corrisponde una “parola” di 7 lettere...

nel caso della terna  $\{1, 5, 7\}$  si ha la parola





## Quante situazioni diverse?

In un pollaio ci sono 10 galline rosse, 10 bianche e 10 nere: una notte arriva una volpe e ne divora 5. Quante possibili situazioni diverse possono presentarsi il mattino dopo?  
(Galline dello stesso colore sono indistinguibili)

## Quante situazioni diverse?

In un pollaio ci sono 10 galline rosse, 10 bianche e 10 nere: una notte arriva una volpe e ne divora 5. Quante possibili situazioni diverse possono presentarsi il mattino dopo?  
(Galline dello stesso colore sono indistinguibili)



rosse



bianche



nere

## Quante sedute a tavola?

Attorno a un tavolo esagonale in quanti modi diversi si possono sedere 6 persone.

Due modi di sedersi sono considerati identici se a destra e a sinistra di ogni persona ci sono le stesse persone.

## Quante sedute a tavola?

Attorno a un tavolo esagonale in quanti modi diversi si possono sedere 6 persone.

Due modi di sedersi sono considerati identici se a destra e a sinistra di ogni persona ci sono le stesse persone.

