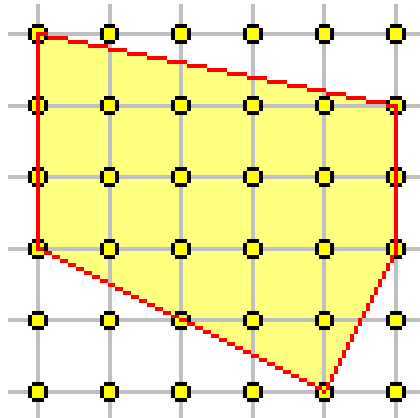


TEOREMA di PICK

(Un teorema grafico che permette di calcolare l'area di un poligono i cui vertici hanno coordinate intere)

Disegniamo un poligono **P** su un foglio a quadretti



Chiamiamo “nodi” i punti della quadrettatura.

Contiamo i “nodi” interni al poligono e quelli sui lati del poligono.

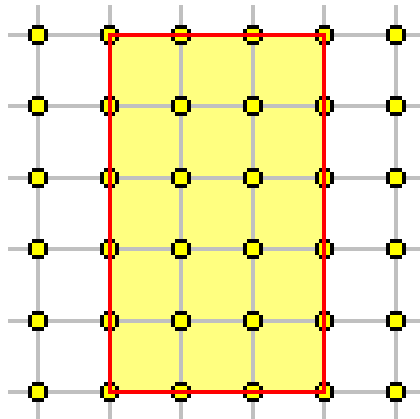
Indichiamo con **I** il numero dei nodi interni al poligono e con **L** il numero dei nodi sui lati del poligono .

L'area del poligono **P** è data da $I - 1 + L/2$

PERCHE'?

(Dimostrazione per DOCENTI!!!!)

La dimostrazione la facciamo considerando inizialmente un rettangolo con due lati “orizzontali” e due lati verticali che chiameremo **RETTANGOLO STANDARD**.



Proviamo prima di tutto che il teorema è vero per un quadratino **Q** qualsiasi della griglia.

Infatti considerato un qualsiasi quadratino **Q** della griglia .
i nodi interni a **Q** sono 0 e i nodi sui lati sono 4 e quindi

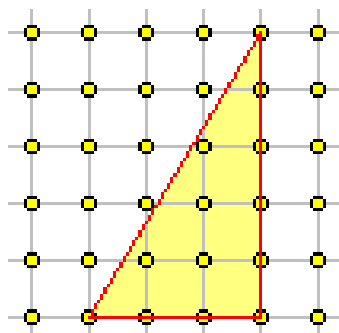
$$0 - 1 + 4/2 = 1$$

Allora per un rettangolo come quello in figura (che ha una base che misura 3 e una altezza che misura 5!) per calcolare l’area dobbiamo contare i quadratini che contiene. Per calcolare questo numero con il teorema di Pick basterà contare i nodi interni (8) e per quanto riguarda i nodi sui lati basterà contare i nodi sul lato orizzontale (4) e i nodi sul lato verticale (6)...ma bisognerà escludere il nodo in alto a destra e quello in basso a sinistra che NON generano quadratini e quindi i nodi da contare saranno 8 .

Quindi vale la formula di Pick : $8 - 1 + 16/2 = 15!!!$

ESTENDIAMO IL RAGIONAMENTO FATTO CON I
RETTANGOLI (STANDARD) AI TRIANGOLI .

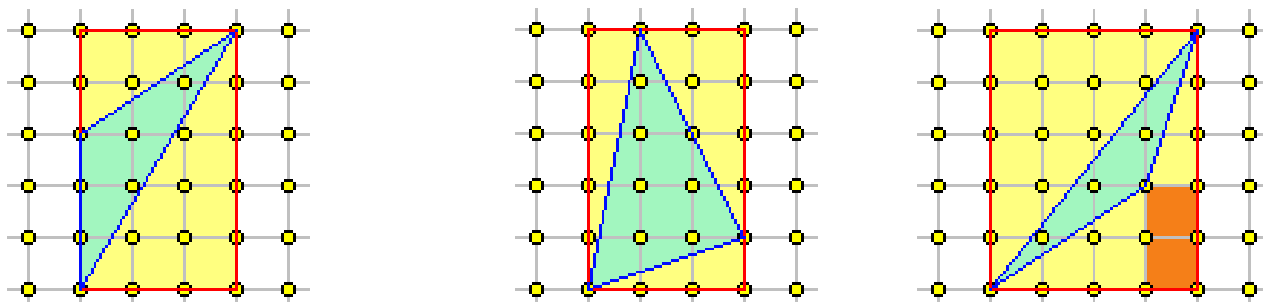
Cominciamo con considerare un triangolo rettangolo che
abbia un cateto orizzontale e uno verticale (che
chiameremo TRIANGOLO STANDARD)



E' chiaro che questo triangolo è la metà di un rettangolo
standard che si ottiene accostando all'ipotenusa un uguale
triangolo!!! Quindi basterà applicare il teorema di Pick al
rettangolo standard per ottenere l'area del triangolo
standard.

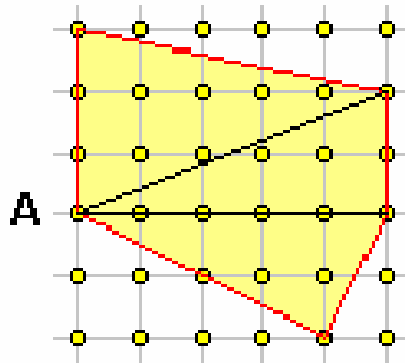
PASSIAMO ORA AD UN TRIANGOLO QUALSIASI.

Sono possibili queste configurazioni



NIENTE PAURABASTERA' SOTTRARRE AL
RETTANGOLO STANDARDVARI TRIANGOLI
STANDARD!!!

E PER UN POLIGONO QUALSIASI ?



NIENTE PAURA ANCORA UNA VOLTA!!!

BASTERA' CONSIDERARE TUTTI I TRIANGOLI CHE SI OTTENGONO CONGIUNGENDO UN VERTICE QUALSIASI (per es. A) CON CIASCUNO DEGLI ALTRI VERTICI NON CONSECUTIVI E SOMMARE!!!