

PROBLEMATIZZARE E ARGOMENTARE

Problem solving: una strategia per imparare a risolvere problemi ... e non solo di tipo matematico.

“Didattica per competenze, innovazione metodologica e competenze di base”
(cap.4.2 del Piano per la formazione dei docenti 2016-2019)

Francesca Conti Candori
fconticandori43@gmail.com

Valerio Scorsipa
valerio.scorsipa@alice.it

In matematica e, per più in generale, nelle discipline scientifiche sono competenze di base fondamentali:

- **problematizzare**,
- **congetturare**,
- **scegliere strategie**,
- **argomentare** le scelte strategiche e operative.

Scopo del corso è proporre, analizzare, realizzare e valutare INSIEME^(*) percorsi didattici che mettano al centro l'acquisizione di tali competenze.

() Se tu hai una mela, e io ho una mela, e ce le scambiamo, allora tu ed io abbiamo sempre una mela per uno. Ma se tu hai un'idea, ed io ho un'idea, e ce le scambiamo, allora abbiamo entrambi due idee. (G.B.Shaw)*



PROBLEMATIZZARE
È UNA NECESSITÀ
DELL'INSEGNAMENTO
E
DELL'APPRENDIMENTO



Il tema di Giacomo - 1^ Media

Mi ricordo vagamente della mia maestra di prima, in seconda ricordo una signora anziana che andò subito in pensione. Era nervosa con un tic continuo alle spalle, spesso urlava e a volte ci prendeva per un orecchio.

Ho presente invece molto bene la mia maestra dalla terza alla quinta. Si chiama Elena, È alta e magra ma aveva una natura pessimista, da pessimismo leopardiano: ad esempio verso Pasqua ci faceva fare dei problemi sulle uova con delle situazioni dove tanti pulcini morivano prima di nascere.

Domandava: quanti nasceranno vivi?

A me passava la voglia di saperlo.

Ora sono in prima media e la professoressa di matematica è brava, simpatica, specialmente quando ci fa scienze, ma la vorrei più incoraggiante nelle confronti.

Penso che il mio rapporto con la matematica sia stato sempre " buio e tenebroso"; non ho mai avuto la padronanza nella materia È fin dai primi tempi delle elementari mi sentivo incerto; anche se una cosa la sapevo mi sorgevano un sacco di dubbi.

Ecco, io non so il "perché" della matematica, perché quello schema, quel procedimento e non un altro; perché, come dice il mio babbo: "Nell'aritmetica non si inventa."; Io a volte invento e sbaglio; vorrei proprio sapere i motivi, le cause, Perché così mi sembrano tutte regole astratte e appiccate qui e là.

(Rosetta Zan: Difficoltà in matematica, La paura della matematica, La didattica della matematica)

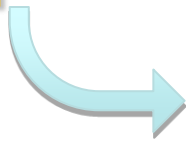
**Professione
Docente**

Sapere Accademico



Trasposizione didattica

Sapere da insegnare



**Programmazione/Modalità
didattica**

Sapere insegnato



Valutazione

Sapere appreso



Competenze



Conoscenze

TRASPOSIZIONE DIDATTICA

(DI CONCETTI MATEMATICI)

- **calibra l'intervento didattico in funzione delle difficoltà e complessità concettuali di carattere tipicamente matematico (subordinando e adattando le considerazioni psicologiche)**
- **rielabora i contenuti disciplinari in forma corretta matematicamente ma sensata e stimolante per l'apprendimento**
- **adatta le varie epistemologie tipiche della matematica con "slittamenti"**
(es. costruttivismo, cognitivismo, ecc)

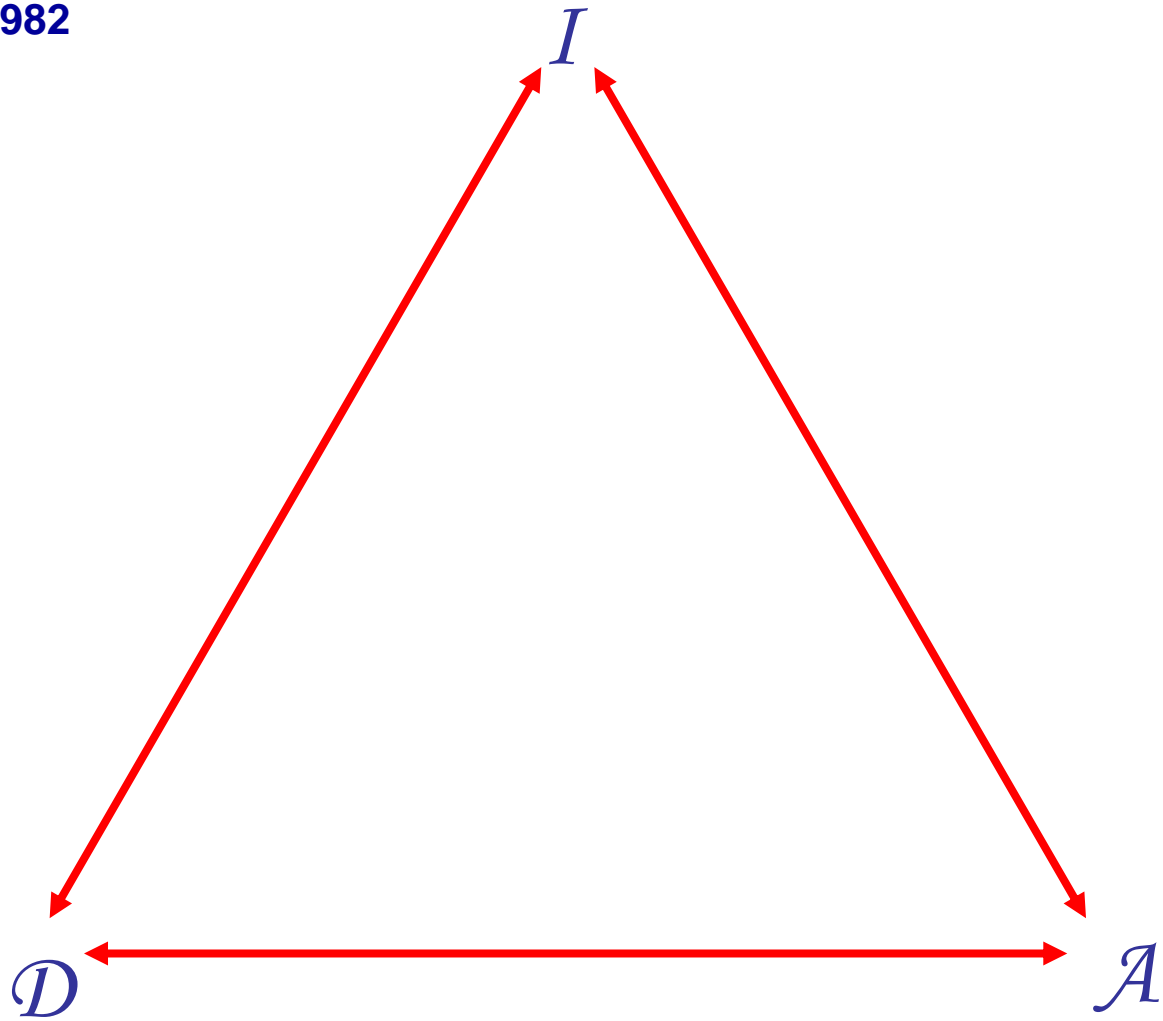
PROGRAMMAZIONE / MODALITÀ DIDATTICA

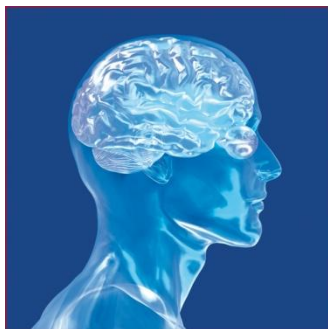
- **è una elaborazione curriculare riferita al sistema classe**
- **calibra l'intervento didattico in funzione delle difficoltà d'ordine cognitivo**
- **riguarda l'educazione matematica in contesti concreti**
- **propone modelli per l'apprendimento**
- **tiene conto di fattori psicologici e sociali**
- **adatta paradigmi delle scienze cognitive alla educazione matematica**

LA VALUTAZIONE

- ❖ **verifica l'intervento didattico in relazione alle mete raggiunte e alle difficoltà concettuali incontrate**
- ❖ **permette una riflessione critica e l' eventuale revisione della programmazione**
- ❖ **permette di “rivedere” i modelli di apprendimento usati**
- ❖ **ha forti connotazioni metodologico- disciplinari**
- ❖ **“rilegge” le varie epistemologie tipiche della matematica in relazione ai paradigmi delle scienze dell'educazione**

Yves Chevallard, 1982





La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze, atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese.

È un **processo che comporta ANCHE DIFFICOLTÀ LINGUISTICHE** e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico...

APPRENDIMENTO o APPRENDIMENTI IN MATEMATICA?

- **APPRENDIMENTO DEI CONCETTI**
- **APPRENDIMENTO DEGLI ALGORITMI**
(comprende anche la risoluzione di esercizi nella zona effettiva di Vygotskij)
- **APPRENDIMENTO DELLE STRATEGIE**
(comprende anche la risoluzione di problemi nella zona prossimale di Vygotskij)
- **APPRENDIMENTO COMUNICATIVO**
(lo scrivere e parlare di “cose” e “oggetti” della matematica)
- **APPRENDIMENTO SEMIOTICO**
(riconoscere, scegliere, usare e gestire diversi registri semiotici con i quali esprimere le proprie conoscenze e competenze matematiche)



Indicazioni nazionali per il curriculum della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione

Settembre 2012

La **problematizzazione** svolge una **funzione insostituibile**: sollecita gli alunni a individuare problemi, a sollevare domande, a mettere in discussione le conoscenze già elaborate, a trovare appropriate piste di indagine, a cercare soluzioni originali.

Caratteristica della pratica matematica è **la risoluzione dei problemi**, che devono essere intese **come questioni autentiche e significative**, legate alla vita quotidiana, **e non solo esercizi** ripetitivi o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.



Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione

Settembre 2012

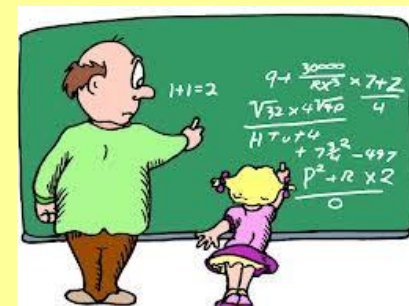
Gradualmente, **stimolato dalla guida dell'insegnante** e dalla **discussione con i pari**, l'alunno imparerà ad affrontare con **fiducia e determinazione** situazioni problematiche, **rappresentandole** in diversi modi, conducendo le **esplorazioni opportune**, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di **ciò che è noto** e di ciò che si intende trovare, **congetturando** soluzioni e risultati, **individuando possibili strategie** risolutive.

*Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di **discutere con i compagni** le soluzioni e i **procedimenti seguiti**.*



Educare alla Matematica:

- ✓ **abituare** a porsi problemi **significativi**
- ✓ **rappresentare** in modo adatto
- ✓ **controllare** la risolubilità
- ✓ **interpretare** le soluzioni
- ✓ **comunicare** i processi seguiti



Ad ogni livello scolastico il risolvere problemi offre occasioni per



- ❖ **acquisire** nuovi concetti e abilità,
- ❖ **arricchire** il significato dei concetti già appresi,
- ❖ **verificare** l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza,
- ❖ **sviluppare** argomentazioni,
- ❖ **affinare** il linguaggio naturale e la capacità di organizzare il discorso con particolare attenzione alla lingua italiana.



(Progetto UMI-SIS Matematica, 2001)



Una grande scoperta risolve un grande problema,
ma nella soluzione di qualsiasi problema c'è un pizzico di
scoperta

Il tuo problema può essere modesto, ma se stimola la tua
curiosità, tira in ballo la tua **inventiva** e lo risolvi **con i tuoi
mezzi**, puoi sperimentare la tensione e gioire del trionfo della
scoperta

***Se non riesci a risolvere un problema, ce ne sarà uno
più facile che riesci a risolvere: trovalo***



TRAGUARDI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE



AL TERMINE DELLA SCUOLA PRIMARIA

- ✓ Legge e comprende
- ✓ Riesce a risolvere facili problemi
- ✓ Descrive il procedimento

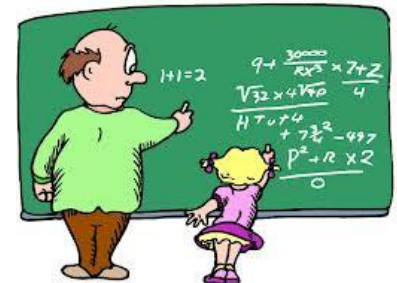
TRAGUARDI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE



AL TERMINE DELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO:

- ✓ **Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza**
- ✓ **Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico ad una classe di problemi**

COSA E' UN PROBLEMA?

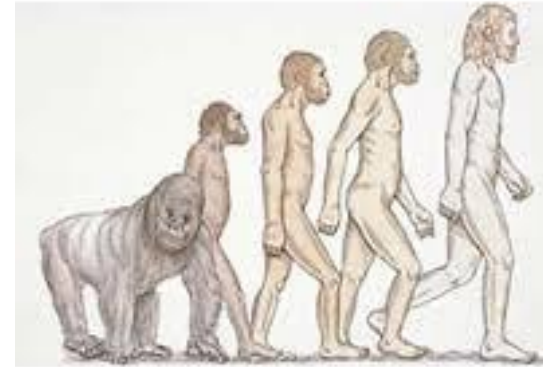
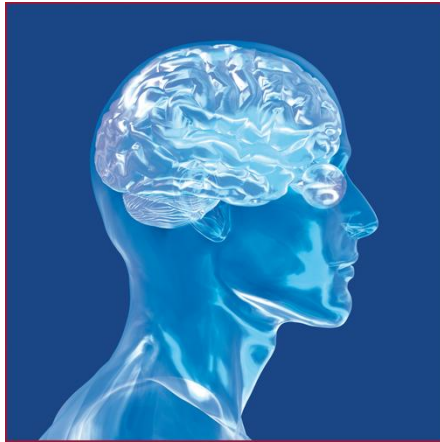


Un problema è ogni ordine di difficoltà la cui soluzione implica la possibilità di alternativa

(Diz. Zanichelli)

Questione controversa che può dare adito a soluzioni diverse

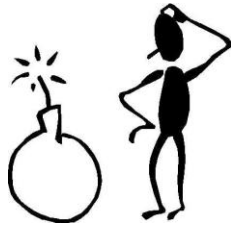
(GRADIT)



**Il pensiero umano è caratterizzato
dalla capacità di risolvere problemi**

**Il risolvere problemi si può considerare
caratteristica del genere umano**

(G. Polya)



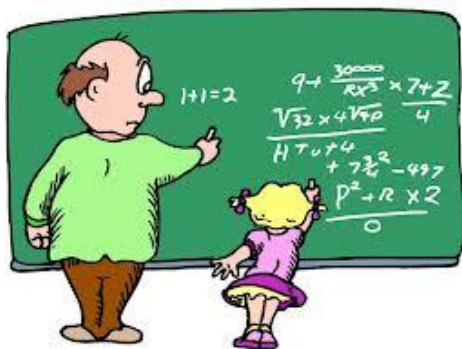
*Un problema nasce quando un **essere vivente ha una meta e non sa** come raggiungerla*

(K. Duncker, 1940)

Un problema nasce quando un **essere vivente, motivato** a raggiungere la meta, **non può farlo** in modo **automatico** o meccanico o **attraverso un comportamento appreso**

Si crea uno **stato di squilibrio** e di **tensione cognitiva** che spinge l'individuo ad agire per costruire l'**equilibrio**

(G. Kanisza, 1975)

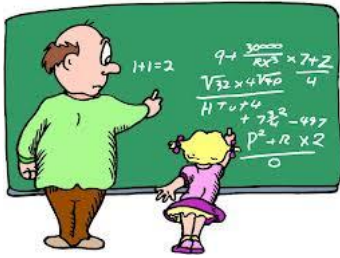


PROBLEMA o ESERCIZIO?

*Un problema è una domanda che per essere soddisfatta **richiede una teoria non conosciuta** da chi si pone il problema*

*È necessario che ci sia un minimo scarto fra ciò che l'allievo conosce e ciò che gli viene chiesto, **se no possiamo parlare solo di esercizio***

(D. Antiseri, 1985)



PROBLEMA o ESERCIZIO?

Quando si richiede agli allievi di applicare semplicemente una regola, partendo dai dati, si chiede loro solamente di svolgere un esercizio, non di risolvere un problema!

Nella prassi didattica “la parola problema assume per lo più il significato di una etichetta che caratterizza un certo tipo di esercizio: un testo che pone una domanda finale”^[1] e che richiede procedimenti che hanno a che fare con le operazioni matematiche

[1] Rosetta Zan “Difficoltà in Matematica”, 2007

Problema o Esercizio?

Un esempio

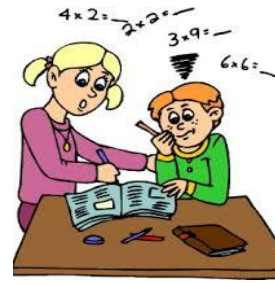
In un garage ci sono scooter e automobili.

Sapendo che ci sono 36 veicoli e che le ruote sono 94, sapresti dire quanti scooter e quante automobili è possibile che si trovino nel garage?





**Problema
reale**



**Problema
scolastico**

L'attività di risoluzione di problemi investe competenze di natura linguistica, psicologica oltre che disciplinare

Nel problema scolastico :

- ***il campo di conoscenze in cui cercare la soluzione è stabilito a priori***
- ***si dovranno utilizzare conoscenze acquisite***
- ***bisogna utilizzare tutti i dati e non mancano dati***
- ***la soluzione esiste ed è unica***
- ***fare operazioni e dare la risposta senza chiedersi "perché" si fa, ma solo "come" si fa***



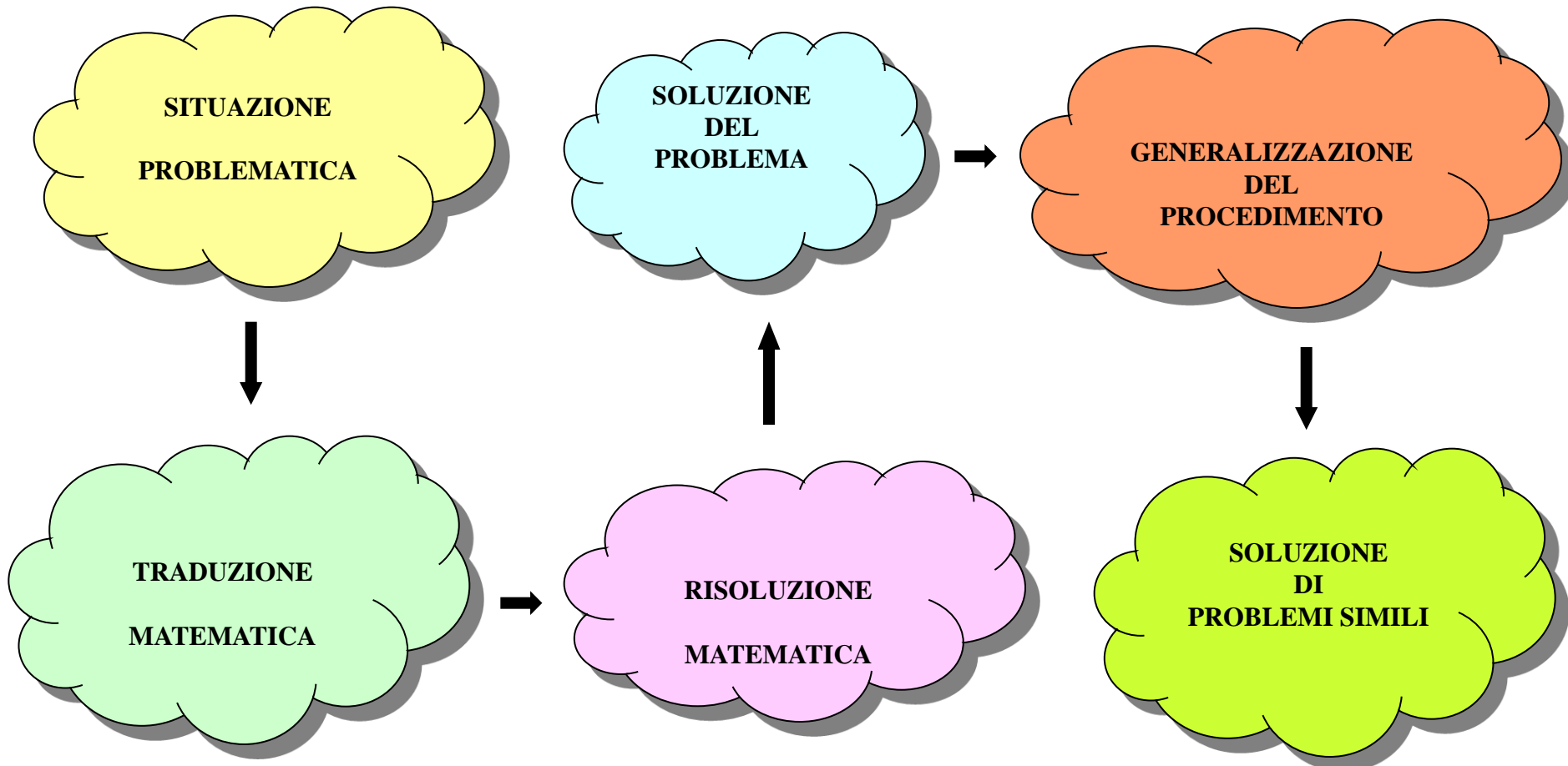
L'importanza della formulazione del testo di un problema

PER L'ALLIEVO

- ✓ nella comprensione
- ✓ nei processi risolutivi

PER IL DOCENTE

- ✓ nella valutazione



Nell'insegnamento scolastico della Matematica si individuano solitamente due punti di vista di volta in volta contrapposti o complementari, corrispondenti a due visioni della matematica stessa: possiamo chiamarli **algoritmico-procedurale** e **strutturale-razionale**.

Il primo, di solito prevalente, comporta ad esempio la promozione negli studenti delle competenze di calcolo e di risoluzione di equazioni; il secondo stimola la capacità di capire e di produrre argomentazioni ed è di solito associato all'idea che la matematica abbia un ruolo formativo della personalità.

Ma la capacità di intendere e costruire argomentazioni si basa su una competenza linguistica non superficiale, di tipo sia lessicale, sia soprattutto sintattico.

Il fatto che, come da molte parti si lamenta, queste competenze siano oggi carenti se non addirittura in declino, pone dunque notevoli e urgenti problemi non solo per l'italiano ma anche per la matematica.



Quali linguaggi usiamo in Matematica ?

- ❖ **NATURALE** (*metalinguaggio*)
- ❖ **SPECIFICO** (*termini specifici, costruzioni linguistiche, attese semantiche e sintattiche diverse*)
- ❖ **DISCIPLINARE** (*simbolico*)
- ❖ **PROCEDURALE** (*azioni da eseguire*)
- ❖ **ASSERTIVO** (*proprietà degli enti matematici, teoremi*)

ATTENZIONE ...non sempre le “regole” e la “semantica” del linguaggio naturale funzionano in matematica !

Qualche esempio

Il triangolo è un poligono con 3 lati

(l'articolo il in italiano è DETERMINATIVO; qui è INDETERMINATIVO!)

Consideriamo un quadrato di lato cm 12.

(l'articolo un in italiano è INDETERMINATIVO; qui è DETERMINATIVO!)

**La diagonale di un rettangolo lo divide in due triangoli
rettangoli**

(sostantivo, aggettivo?)

LINGUAGGIO PROCEDURALE

(azione da eseguire)

Es.

Addiziona al numero 2 il numero 3;

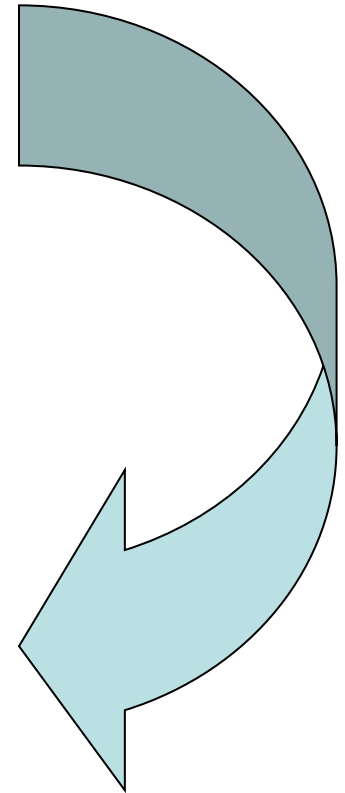
Fai 3 passi avanti

Dai un esempio di numero pari

LE REGOLE DELLE OPERAZIONI

IL CALCOLO DI UNA ESPRESSIONE

LE DEFINIZIONI



LINGUAGGIO ASSERTIVO

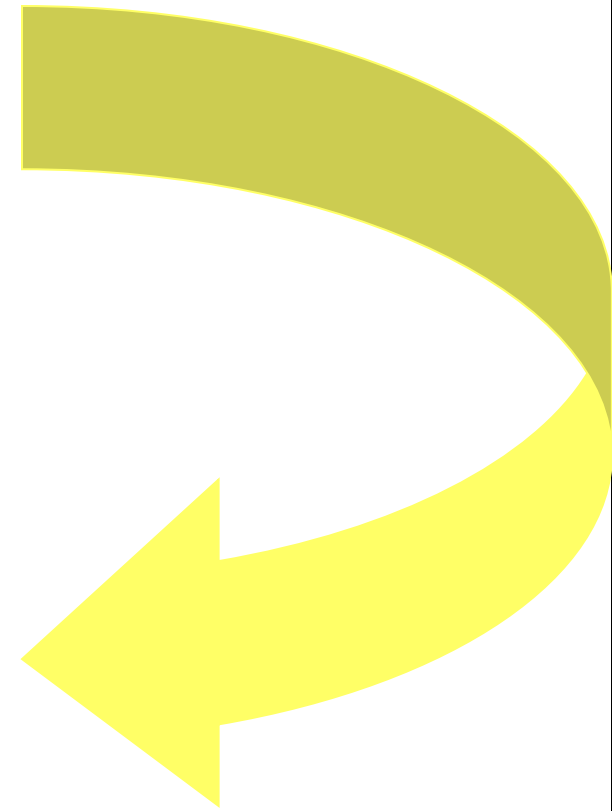
(chiedersi se una cosa è vera o falsa)

Es.

$$2 + 3 = 5$$

6 è un numero primo

Esistono infiniti numeri naturali



LE PROPRIETA' DEI NUMERI

LE PROPRIETA' DELLE FIGURE

TEOREMI