

**Dallo Spazio del Bambino**



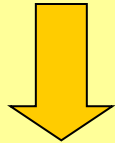
**allo Spazio delle Geometrie**



**SPAZIO FISIOLÓGICO  
o PERCETTIVO**



**(include il MOVIMENTO)**

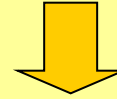


**MICROSPAZIO**  
**(metà dell'altezza del bambino)**

**MESOSPAZIO**  
**(stanza)**

**MACROSPAZIO**  
**(oltre la stanza)**

**SPAZIO RAPPRESENTATIVO**



**Rappresentazione MENTALE**  
**delle figure, di situazioni spaziali;**

**CAPACITA' di riprodurle (disegno)**

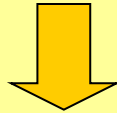
# COSA E' LA GEOMETRIA?

La **geometria** (dal greco antico *γεωμετρία*, composto dal prefisso *geo* che rimanda alla parola *γή* = "terra" e *μετρία*, *metria* = "misura", tradotto quindi letteralmente come *misurazione della terra*) è quella parte della matematica che si occupa delle forme nel piano e nello spazio e delle loro mutue relazioni. (da Wikipedia)

# La classificazione delle GEOMETRIE

F. Klein (1849-1925) con il suo PROGRAMMA DI ERLANGEN classifica le varie geometrie in relazione al **gruppo di trasformazioni** che vi opera.

Ogni geometria è descritta come lo studio delle proprietà che sono **invarianti** rispetto ad un particolare gruppo di trasformazioni



## GEOMETRIA EUCLIDEA METRICA

(invarianza per **isometrie**)

## GEOMETRIA PROIETTIVA

(invarianza per **proiezione e sezione**)

## TOPOLOGIA

(invarianza per **deformazioni continue** (senza strappi e tagli!))

# SENSAZIONI /SENSI e GEOMETRIE ?

Per **F. Enriques** (1871-1946) i *principi fondamentali* delle scienze sono elaborazioni razionali, derivate per induzione, dall'esperienza e dalla percezione sensoriale.

Per quanto riguarda i *principi della geometria* Enriques afferma che “sono generalizzazioni di *esperienze sensoriali concrete (...)* e *i postulati della geometria* sono generalizzazioni, per astrazione, di semplici esperienze geometriche, che ogni allievo compie fin dalle prime osservazioni razionali del mondo esterno, svolte anche in ambito scolastico”.

**VISTA**



**GEOMETRIA PROIETTIVA**

**TATTO**



**TOPOLOGIA**

**TATTO SPECIALE**



**GEOMETRIA METRICA**

# GEOMETRIA INTUITIVA / GEOMETRIA RAZIONALE

Scuola Primaria  
Scuola Secondaria I grado

Scuola Secondaria di II grado

Studio della Geometria con metodo INTUITIVO.

Da nozioni acquisite dall'esperienza e dalla osservazione ad una PRIMA formulazione di proprietà geometriche generali.

- Es :
- Retta disegnata → piano diviso in 2 semipiani
  - Piegatura del foglio → simmetria assiale

Scelte alcune proprietà della Geometria Intuitiva particolarmente semplici e di spiccata evidenza (*POSTULATI*) ogni altra proprietà è vera (*TEOREMA*) se si può dedurre LOGICAMENTE (\*) dai postulati e da teoremi già dimostrati.

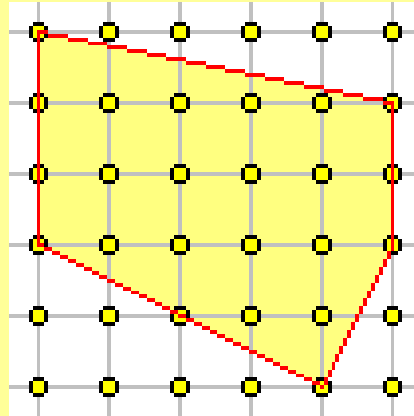
(\*) *PRINCIPIO DI NON CONTRADDIZIONE*  
*PRINCIPIO DEL TERZO ESCLUSO*  
*IMPLICAZIONE : Se ..... allora*

**COMPLETEZZA , INDIPENDENZA, NON CONTRADDITTORIETA' DEGLI ASSIOMI??**

**Un teorema grafico che permette di calcolare l'area di un poligono i cui vertici hanno coordinate intere:**

## **TEOREMA di PICK**

Disegniamo un poligono **P** su un foglio a quadretti

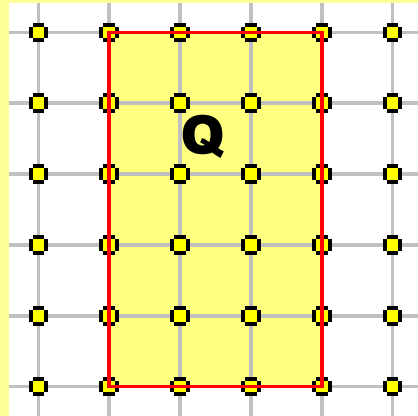


- ✓ Chiamiamo “nodi” i punti della quadrettatura
- ✓ Contiamo i “nodi” interni al poligono e quelli sui lati del poligono.
- ✓ Indichiamo con **I** il numero dei nodi interni al poligono e con **L** il numero dei nodi sui lati del poligono .

**L'area del poligono P è dato da  $I - 1 + L/2$**

# PERCHE'?

Cominciamo col dimostrare che il teorema è vero per rettangoli con due lati “orizzontali” e due lati “verticali” ( che chiamiamo **RETTANGOLI STANDARD**)



Il teorema è vero per uno qualsiasi dei quadratini **Q** della griglia:  $I=0; L=4 \longrightarrow 0 - 1 + 4/2 = 1$

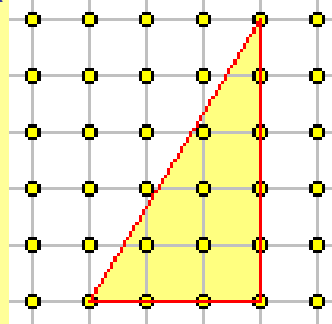
Per un rettangolo standard allora basterà contare i nodi rispetto ai quadratini che contiene!

Nel caso della figura (rettangolo di base 3 e altezza 5!) i “nodi” interni sono 8 e 16 sono i “nodi” sui lati e, quindi, applicando il teorema di Pick si ha :  $8 - 1 + 16/2 = 7 + 8 = 15$



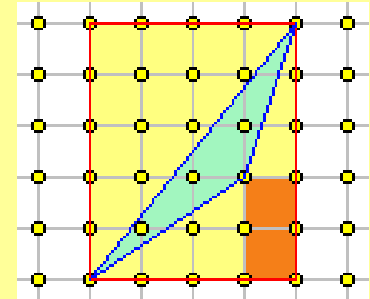
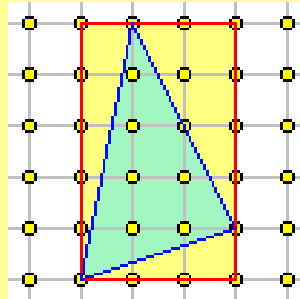
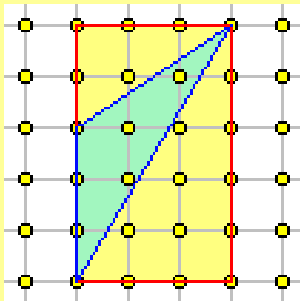
**Estendiamo ai TRIANGOLI il ragionamento fatto con i rettangoli (standard).**

**Cominciamo con considerare un triangolo rettangolo che abbia un cateto orizzontale e uno verticale ( che chiameremo TRIANGOLO STANDARD)**



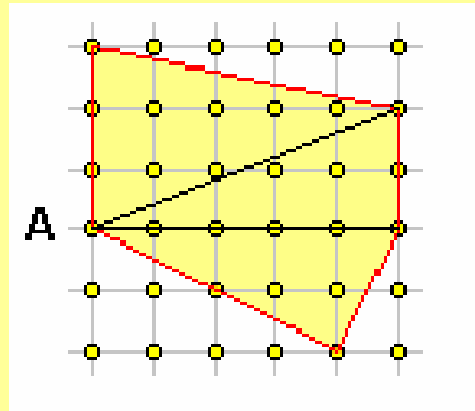
Questo triangolo è la metà di un rettangolo standard (che si ottiene accostando all'ipotenusa un uguale triangolo!). **Per avere l'area del triangolo standard basterà applicare il teorema di Pick al rettangolo standard.**

**PER UN TRIANGOLO QUALSIASI...3 possibili configurazioni!**



**L'area di ciascun triangolo si ottiene (per differenza) applicando il teorema di Pick ai rettangoli e triangoli standard che si possono costruire.**

# PER UN POLIGONO QUALSIASI?

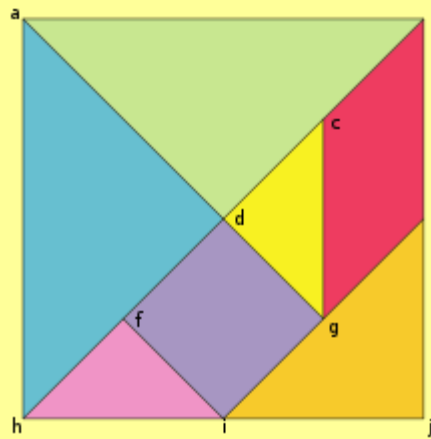


Basterà congiungere un vertice qualsiasi (per es. A) con tutti i vertici  
NON consecutivi ....otterremo TUTTI triangoli e ....basterà sommare!!!

**ABBASSO APOTEMA E NUMERI FISSI!!!!**

**VIVA LA SCOMPOSIZIONE DEI POLIGONI!!!**

# IL TANGRAM



Consideriamo un quadrato ABJH e tracciamo la diagonale BH.

Detto E il punto medio del lato BJ e I il punto medio del lato JH, tracciamo il segmento EI : si ha il **TRIANGOLO (medio) EIJ**.

Consideriamo il punto medio, D, della diagonale BH e tracciamo il segmento AD: si ottengono **il triangolo (grande) ADB** e **il triangolo (grande) ADH**

Consideriamo il punto medio, F, del segmento HD , il punto medio, G, del segmento IE, uniamo F con I , C con G e D con G : si ottengono **il triangolo (piccolo) HFI** , **il triangolo (piccolo) DCG** , **il quadrato FIGD** e il **parallelogramma CBGE**

**SCOMPORRE ( IL TANGRAM) E COMPORRE (FIGURE)  
PERIMETRI E AREE : CHE RELAZIONI?**